

COGNOME E NOME

---

Prima Prova in itinere di Matematica ed Elementi di  
Statistica 24-10-2002

---

**Problema 1 (6 punti, 2 punti ciascuno)** Calcolare i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^x - 1)^2}{\sin x} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi x^2 + 2}{2x^2 - 3x + 1} =$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x)^2 + 1}{-2x} =$

---

**Problema 2 (6 punti: 2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre)** Per quale valore della costante  $k$  la funzione definita sull'intervallo  $[-1, 2]$

$$f(x) = \begin{cases} |\log_e(-2x + 2)| & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ -2kx^2 - k & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

è continua nel punto  $x = 0$ . Per il valore  $k$  trovato calcolare il punto  $x_1$  di massimo, il valore  $M$  di massimo, il punto  $x_2$  di minimo e il valore  $m$  di minimo.

- $k =$
- $x_1 =$
- $M =$
- $x_2 =$
- $m =$

---

**Problema 3 (6 punti, 1.5 punti ciascuno)** Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x) = 3x^{-2} + x^2 + x - 1$        $f'(x) =$

(b)  $f(x) = (x^2 - 1)(\pi x^2 + x^3 + 2x - 1)$        $f'(x) =$

(c)  $f(x) = \frac{2\pi}{2x - 1}$        $f'(x) =$

(d)  $f(x) = \frac{2e^{-3x}}{\sin(3x)}$        $f'(x) =$

---

**Problema 4 (5 punti)** Tra tutti i parallelepipedi rettangoli con base un triangolo equilatero e con volume di  $2 \text{ dm}^3$  trovare quello di superficie totale minima.

- lato di base =
- altezza =

---

**Problema 5 (4 punti)** Definiamo concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione

Dato 1 kg. di soluzione concentrata al 30%, calcolare:

- 1) la quantità di solvente da aggiungere per averla concentrata al 20% e
- 2) la quantità di soluto da aggiungere per averla al 50%.

- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 6 (4 punti)** In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è lineare mentre sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione  $Y = -5X + 2$ . Trovare il legame funzionale tra  $x$  e  $y$  dove  $X = x$  e  $Y = \log_{10} y$ .

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione  $y = -2e^{2x}$

- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 7 (4 punti)** In una data regione un'epidemia viene individuata quando ci sono  $2^9$  casi di quella malattia. Sapendo che il tempo di raddoppio dei casi è di quattro mesi, dire quanti mesi prima c'è stato il primo caso di malattia.

- Soluzione: il primo caso di malattia è stato      mesi prima.