Le disuguaglianze di Berezin e di Li-Yau

Hynek Kovarik

3.6.2008

Riassunto:

Consideriamo il problema spettrale $-\Delta_\Omega u_j = \lambda_j u_j$ definito in un aperto limitato $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, dove $-\Delta_\Omega$ denota il Laplaciano con le condizioni di Dirichlet omogene su $\partial\Omega$. È ben noto che tutti gli autovalori λ_j sono strettamente positivi e possono essere riordinati in una successione non decrescente $\{\lambda_j\}_{j\in\mathbb{N}}$ con $\lambda_j \to \infty$ per $j \to \infty$. Lo scopo della teoria spettrale è lo studio degli autovalori λ_j in dipendenza dalle proprietà geometriche di Ω. In questo seminario diamo una breve descrizione dei risultati classici, in particolare dello svilupo asintotico di

$$S_\sigma(k) := \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^\sigma, \qquad \sigma \geq 0, \ k \in \mathbb{N}$$

per $k \to \infty$, dovuto a H.Weyl [1] e delle disuguaglianze di Berezin, Li-Yau e Melas [2, 3, 4], che forniscono le stime inferiori su $S_1(k)$ in termini di k e del volume $|\Omega|$ dell'insieme Ω. Infine, presentiamo un risultato ottenuto in collaborazione con S.Vugalter e T.Weidl [5], che migliora le disuguaglianze di Li-Yau nel caso in cui la dimensione spaziale n sia uguale a 2.

References

[1] H. Weyl: Das asymptotische Verteilungsgesetz der Eigenwerte linearer partieller Differentialgleichungen. *Math. Ann.* **71** (1912) 441–479.

[2] F.A. Berezin: Covariant and contravariant symbols of operators. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* **36** (1972) 1134–1167.

[3] P. Li and S.T. Yau: On the Schrödinger equation and the eigenvalue problem, *Comm. Math. Phys.* **88** (1983) 309–318.

[4] A.D. Melas: A lower bound for sums of eigenvalues of the Laplacian. *Proc. Amer. Math. Soc.* **131** (2003) 631–636.

[5] H.Kovarik, S.Vugalter, T.Weidl : Two dimensional Berezin-Li-Yau inequalities with a correction term. Preprint: arXiv: 0802.2792.