

DIARIO DELLE LEZIONI

Per comodità degli studenti, nel seguito si riporta il riferimento al libro di testo consigliato (M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica 2, Zanichelli, Bologna, 2009).

1. **Serie di funzioni e di potenze (Capitolo 2, §7.1, 7.2).** Definizione di serie di funzioni. Convergenza puntuale e totale. Teorema di continuità della somma (con [dimostrazione](#)). Teorema di derivabilità termine a termine. Teorema di integrabilità termine a termine. Serie di potenze; centro e coefficienti della serie; raggio di convergenza. Criterio del rapporto e criterio della radice (con [dimostrazione](#)). Proprietà delle serie di potenze. Teorema di Abel. Serie di MacLaurin, serie di Taylor, funzioni analitiche. Sviluppi notevoli di e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\arctan x$, $\log(1+x)$, con [dimostrazione](#). Condizione sufficiente per l'analiticità. Espressione dei coefficienti di una serie di potenze in funzione della somma. Serie binomiale con [dimostrazione](#).
2. **Funzioni tra spazi euclidei (Capitolo 3, §1 – 3).** Funzione reale (o scalare) di n variabili reali, funzione vettoriale di n variabili reali. Dominio; grafico; insieme di livello. Intorno sferico di un punto in $\mathbb{R}^n$; intorno di ∞ . Limiti e continuità di funzioni di n variabili. Punto interno, esterno, di frontiera. Insieme aperto, chiuso, limitato, connesso. Teorema di Weierstrass.
3. **Calcolo differenziale per funzioni scalari (Capitolo 3, §4 – 6).** Derivate parziali. Gradiente. Differenziabilità in un punto. [Dimostrazione](#) che la differenziabilità implica la derivabilità e la continuità. Formula di linearizzazione. Iperpiano tangente. Differenziale. Teorema del differenziale totale. Classe $C^1(A)$, con A aperto di $\mathbb{R}^n$. Derivata direzionale. Formula del gradiente con [dimostrazione](#). Teorema di derivazione delle funzioni composte. Teorema di Lagrange con [dimostrazione](#). Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Matrice hessiana. Differenziale secondo. Classe $C^2(A)$. Formula di Taylor del secondo ordine con resto in forma di Lagrange con [dimostrazione](#). Formula di Taylor del secondo ordine con resto in forma di Peano. Ottimizzazione: definizione di punto di massimo (minimo) relativo/assoluto/stretto; punto stazionario. Forma quadratica definita positiva, negativa; forma quadratica semidefinita positiva, negativa; forma quadratica indefinita. Criterio degli autovalori. Criterio dei minori incapsulati. Punto di sella. Teorema di Fermat con [dimostrazione](#). Classificazione dei punti critici tramite la matrice hessiana con [dimostrazione](#).

4. **Curve in $\mathbb{R}^m$ (Capitolo 2, §1 – 5).** Arco di curva continua, sostegno della curva; curva semplice, chiusa. Parametizzazioni di un segmento, di una circonferenza, di un'ellisse; curva in $\mathbb{R}^2$ grafico di una funzione, curva in $\mathbb{R}^2$ in forma polare. Curva regolare, regolare a tratti. Vettore tangente. Lunghezza di un arco regolare. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di prima specie e suo significato geometrico e fisico. Definizioni di massa e baricentro.
5. **Funzioni vettoriali (Capitolo 4, §1, 2).** Limiti, continuità e differenziabilità per una funzione vettoriale di più variabili reali. Matrice Jacobiana e formula di linearizzazione. Differenziale. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Jacobiana della funzione inversa.
6. **Superfici in $\mathbb{R}^3$ (Capitolo 4, §1, 3).** Definizione di superficie, sostegno. Superficie cartesiana. Superficie di rotazione. Superficie regolare. Piano tangente, vettore normale.
7. **Applicazioni del calcolo differenziale (Capitolo 3, §8. Capitolo 4, §6.1, 6.2).** Funzioni implicite - Teorema di Dini, esistenza e continuità della funzione implicita. Derivabilità della funzione implicita. Retta tangente ad una curva. Estensione a più variabili. Piano tangente ad una superficie. Teorema di Dini per sistemi. Estremi vincolati. Definizione di punto di estremo vincolato. Metodo parametrico (vincolo esplicitabile). Metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Condizione necessaria relativa agli spostamenti tangenziali nel caso di vincolo scalare. Funzione Lagrangiana. Moltiplicatori di Lagrange nel caso di m vincoli.
8. **Calcolo integrale in più variabili (Capitolo 5, §1 e §3. Capitolo 6, §3).** Somme di Cauchy-Riemann di una funzione limitata in un rettangolo. Funzione integrabile secondo Riemann in un rettangolo. Integrale doppio e suo significato geometrico. Formule di riduzione su rettangoli, con [dimostrazione](#) per funzioni continue. Esempio di funzione non integrabile. Definizione di funzione integrabile in un insieme limitato. Insieme y -semplice, x -semplice, regolare. Insieme misurabile e sua misura. Esempio di insieme non misurabile. Caratterizzazione degli insiemi di misura nulla. Teorema di integrabilità delle funzioni discontinue su un insieme di misura nulla. Formule di riduzione su insiemi semplici e significato geometrico. Proprietà dell'integrale doppio. Definizione di massa e baricentro di una lamina omogenea. Cambio di variabili negli integrali doppi. Coordinate polari. Cenni all'integrale doppio generalizzato. Cenni alla costruzione dell'integrale triplo. Integrazione per fili e integrazione per strati. Cambi di variabili negli integrali tripli. Coordinate sferiche e coordinate cilindriche. Area di una superficie semplice e regolare. Area di superfici di rotazione, cartesiane e definite implicitamente. Integrale di superficie.
9. **Campi vettoriali (Capitolo 6, tranne §3).** Campo vettoriale. Operatori differenziali: gradiente, rotore, divergenza e laplaciano. Campo irrotazionale. Campo solenoidale. Lavoro e circuitazione. Campi conservativi e loro proprietà.

Potenziale. Formula del lavoro per un campo conservativo con [dimostrazione](#). Conservazione dell'energia meccanica durante il moto sotto l'azione di un campo conservativo con [dimostrazione](#). Legame tra irrotazionalità e conservatività. [Dimostrazione](#) che un campo conservativo è irrotazionale. Insiemi semplicemente connessi. Formula di Gauss-Green con [dimostrazione](#). Insieme s-decomponibile. Superfici orientabili. Superfici regolari a pezzi. Flusso di un campo vettoriale. Teorema della divergenza con [dimostrazione](#). Teorema di Stokes.

Pavia, May 24, 2016