

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta  $\geq 18$  e se il punteggio della prima parte  $\geq 12$ . Il tempo a disposizione è 2 ore.

**PRIMA PARTE**

1. Sia

$$\ell = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - 1 + x + 3^x}{(\log^2(|x|) + 2 + 2e^x)^2}.$$

3 pt.

Allora  $\ell =$  1/4 .

2. Sia  $z = 2 + i$  e  $C = \left| \left( \frac{z}{z-2} + 2\text{Im}(z) + \text{Re}z - z\bar{z} \right) \right|^2$ . Allora  $C =$  4 .

3 pt.

3. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^1 \left( 1 + \frac{x}{1+x^2} \right) dx.$$

3 pt.

Allora  $I =$  1/2 log 2 + 1 .

4. Sia  $f(x) = 1 - e^{-3x}$  e sia  $t$  la retta tangente ad  $f$  in  $(0, f(0))$ .

Allora  $t(2) =$  6 .

3 pt.

5. Sia

$$\ell := \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{e^{1/n} - \cos(1/n)}{\sqrt[3]{1 + 1/n} - 1 + 1/n} \right).$$

3 pt.

Allora  $\ell =$  3/4 .

6. Sia, per  $x \geq 2$ ,  $f(x) = (x^2 - 1)^3(2 - x)$  e sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ . Allora  $g'(0) =$  -1/27 .

3 pt.

**SECONDA PARTE**

7. Sia  $f(x) = \log(2x) - \arctan(2x - 2)$ . Quali delle seguenti proprietà ha  $f$ ? A) derivabile, B) è definita su tutto  $\mathbf{R}$ , C) superiormente limitata, D) inferiormente limitata, E) monotona, F) ha minimo relativo in  $x = 5/4$ , G) ha un asintoto verticale, H) convessa, . La risposta è: AG

4 pt.

8. Enunciare il teorema del valor medio di Lagrange.

*Soluzione:*

3 pt.

9. Dato l'integrale improprio  $I = \int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

- (a) L'integrale converge a  $\pi^2/8$
- (b) L'integrale diverge a  $+\infty$
- (c) L'integrale diverge a  $-\infty$
- (d) L'integrale converge a  $\pi/4$
- (e) L'integrale converge a  $\pi/2$