Ingegneria Civile-Amb./Edile-Arch. 27/9/2024 | Analisi Matematica A | Cognome: ______ Nome: ______

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia $z = 2i + 3$ e $C = \left(\dfrac{|z+1|}{|\bar{z} - i|} \right)^2$. Allora $C =$ __10/9__ . — 3 pt.

2. Risolvere il seguente limite: — 3 pt.

$$\ell = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{e^{4x} + e^{2x} + 3e^x}{\sin(e^x)} + \frac{\cos(x^3) + \arctan(x)}{x^2 + 1} \right).$$

Allora $\ell =$ __3__ .

3. Sia $f(x) = \dfrac{\arctan(x)}{x^2+1} + 2x + 4$ e sia t la retta tangente ad f in $(0, f(0))$. Allora $t(1) =$ __7__ . — 3 pt.

4. Sia, per $x \in (-1, +\infty)$, — 3 pt.

$$f(x) = e^{-1+\cos(x)} + \log(x+1) + \arctan(e^x - 1)$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(1) =$ __1/2__ .

5. Sia dato l'integrale definito — 3 pt.

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} (x \cos x + 2e^x \cos x)\, dx.$$

Allora $I =$ __$e^{-\pi} - e^{\pi}$__ .

6. Sia — 3 pt.

$$\ell := \lim_{n \to \infty} \left(\frac{\log(1 + n^{-4})}{\cos(n^{-2}) - 1} + \frac{\log(n) + e^n + \sin(n) + n^4}{e^{2n} + n^4} \right).$$

Allora $\ell =$ __-2__ .

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = 2e^{-x^2} - 1$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) continua nel suo dominio, B) derivabile nel suo dominio, C) limitata superiormente, D) monotona crescente, E) assume massimo assoluto nel punto $x = 0$, F) è convessa nel suo dominio, G) assume minimo relativo in $x = -1$, H) ha un asintoto orizzontale — 4 pt.

La risposta è: __**ABCEH**__

8. Enunciare il Teorema fondamentale del Calcolo Integrale.

Soluzione:

3 pt.

9. Stabilire per quali $\alpha \in (1, +\infty)$ converge l'integrale improprio $I = \int_0^{+\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^\alpha + x + 3} \mathrm{d}x$. Una sola delle seguenti risposte è corretta.

5 pt.

(a) L'integrale converge per ogni α

(b) L'integrale converge se e solo se $\alpha < 3$

(✔) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 4$

(d) L'integrale converge se e solo se $\alpha < 4$

(e) L'integrale converge se e solo se $\alpha \geq 3$