Ingegneria Civile/Amb. ed Edile-Arch. Analisi Matematica 1 Cognome: ______________________
25/7/2023 Nome: ______________________

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia $z = 2 + 2i$ e $C = \mathrm{Im}\left(\frac{z-\bar{z}}{z-1} + i\mathrm{Re}(z) + z\bar{z} + z - \bar{z}\right)$. Allora $5C =$ ___34___ . 3 pt.

2. Sia 3 pt.

$$\ell = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\log(1+\sin(x))}{\sin(2x)} + \frac{\sin(\pi(x-1))}{\pi x}\right).$$

Allora $\ell =$ ___$-1/2$___ .

3. Sia $f(x) = \frac{x\log(x) - 1}{x^2}$ e sia t la retta tangente ad f in $(1, f(1))$. 3 pt.
Allora $t(4) =$ ___8___ .

4. Sia dato l'integrale definito 3 pt.

$$I = \int_{1/2}^{3/2} \left(x\sin(\pi x^2) + x\cos(\pi x)\right)\, dx.$$

Allora $\pi I =$ ___-2___ .

5. Utilizzando la formula $\arctan(n) + \arctan(1/n) = \pi/2$, calcolare 3 pt.

$$\ell := \lim_{n\to+\infty}\left(n\,(\pi/2 - \arctan(n)) + \frac{\cos(n)}{n} + \frac{2n^3 + \log^4(n) + 1}{\log^4(n) + n^3 + n^{1/2}}\right).$$

Allora $\ell =$ ___3___ .

6. Sia per $x \in (-2, 3)$ 3 pt.

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2 - x - 6}$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(0) =$ ___-6___ .

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = \log(x) - \arctan(x-1)$, per $x > 0$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) derivabile, B) ha un massimo relativo in $x = 1$, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona crescente, F) ha un massimo assoluto in $x = 1$, G) pari, H) ha un punto a tangente verticale in $x = 0$.
La risposta è: **ABH**

4 pt.

8. Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

3 pt.

9. Dato l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x$, stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

(a) L'integrale diverge a $+\infty$

(b) L'integrale converge a 0

(✔) L'integrale converge a $\pi^2/8$

(d) L'integrale diverge a $-\infty$

(e) L'integrale converge a $\pi^2/4$