Ingegneria Civile/Amb. ed Edile-Arch. Analisi Matematica 1 Cognome: ______________________

25/7/2023 Nome: ______________________

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia

$$\ell = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\log(1+\sin(x))}{\sin(2x)} + \frac{\sin(\pi(x-1))}{\pi x} \right).$$

Allora $\ell =$ $-1/2$. 3 pt.

2. Sia $z = 2+2i$ e $C = \mathrm{Im}\left(\frac{z-\bar{z}}{z-1} + i\mathrm{Re}(z) + z\bar{z} + z - \bar{z}\right)$. Allora $5C =$ 34 . 3 pt.

3. Sia dato l'integrale definito 3 pt.

$$I = \int_{1/2}^{3/2} \left(x\sin(\pi x^2) + x\cos(\pi x)\right)\, dx.$$

Allora $\pi I =$ -2 .

4. Sia $f(x) = \frac{x\log(x)-1}{x^2}$ e sia t la retta tangente ad f in $(1, f(1))$.
Allora $t(4) =$ 8 . 3 pt.

5. Sia per $x \in (-2,3)$ 3 pt.

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-6}$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(0) =$ -6 .

6. Utilizzando la formula $\arctan(n) + \arctan(1/n) = \pi/2$, calcolare 3 pt.

$$\ell := \lim_{n\to+\infty} \left(n\left(\pi/2 - \arctan(n)\right) + \frac{\cos(n)}{n} + \frac{2n^3 + \log^4(n) + 1}{\log^4(n) + n^3 + n^{1/2}} \right).$$

Allora $\ell =$ 3 .

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = \log(x) - \arctan(x-1)$, per $x > 0$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) derivabile, B) sup. limitata, C) ha un massimo relativo in $x = 1$, D) inf. limitata, E) monotona crescente, F) ha un punto a tangente verticale in $x = 0$, G) ha un massimo assoluto in $x = 1$, H) pari.
La risposta è: **ACF**

4 pt.

8. Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

3 pt.

9. Dato l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x$, stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

5 pt.

(a) L'integrale diverge a $+\infty$
(b) L'integrale converge a 0
(c) L'integrale diverge a $-\infty$
(d) L'integrale converge a $\pi^2/4$
(e) L'integrale converge a $\pi^2/8$