

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta  $\geq 18$  e se il punteggio della prima parte  $\geq 12$ . Il tempo a disposizione è 2 ore.

**PRIMA PARTE**

1. Sia  $z = 3 + 2i$  e  $C = \operatorname{Im} \left( \frac{z - \bar{z}}{z - 2} + \operatorname{Im}(z) + z\bar{z} + z - \bar{z} \right)$ . Allora  $5C =$  24 .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

2. Sia

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x^3)}{x^3 + 1} + \frac{1 - \cos x + e^x - 1 - x}{\log[(x^2 + 1)^3]} \right).$$

Allora  $\ell =$  1/3 .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

3. Sia  $f(x) = \frac{x^2 + 3 \arctan x}{x^3 + 1} + \sin(-x) + 1$  e sia  $t$  la retta tangente ad  $f$  in  $(0, f(0))$ .

Allora  $t(4) =$  9 .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^1 \left( 3x^2 e^{x^3} + x e^x + \left( x - \frac{1}{2} \right) \right) dx.$$

Allora  $I =$  e .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

5.

Sia

$$\ell := \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin(3^{1/n} - 1).$$

Allora  $\ell =$  log(3) .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

6. Sia per  $x \in (-\infty, e)$

$$f(x) = \frac{x^2}{\log(x) - 1}$$

e sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ . Allora  $g'(-1) =$  -1/3 .

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

**SECONDA PARTE**

7. Sia  $f(x) = (x-1)\sqrt[3]{2-x}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . Quali delle seguenti proprietà ha  $f$ ? A) continua, B) derivabile, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona crescente, F) convessa, G) pari, H) ha un punto a tangente verticale in  $x = 2$ .

La risposta è: ACH

|       |
|-------|
|       |
| 4 pt. |

8. Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

|       |
|-------|
|       |
| 3 pt. |

9. Dato il parametro reale  $\alpha$  e l'integrale improprio  $I = \int_5^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(x-4)x^2} dx$ , stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

- (a) Per ogni  $\alpha$  l'integrale diverge a  $+\infty$
- (b) L'integrale converge solo per  $\alpha > -2$
- (c) L'integrale converge solo per  $\alpha > 1$
- (d) L'integrale converge solo per  $\alpha > 2$
- (e) L'integrale converge solo per  $\alpha < 2$

|       |
|-------|
|       |
| 5 pt. |