

□ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12 . Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Risolvere il seguente limite (puo' essere utile usare il teorema di de l'Hospital):

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(4x)}{\log(1 + \sin(3x))} + (e^x + x)^{1/x} \right).$$

Allora $\ell = \underline{4/3 + e^2}$.

3 pt.

2. Sia $f(x) = \frac{x \log x - 1}{x^2}$ e sia t la retta tangente ad f in $(1, f(1))$.

Allora $t(2) = \underline{2}$.

3 pt.

3. Sia z la soluzione dell'equazione $\frac{2z}{1+i} = -1$ e $C = \text{Im}(\bar{z})$. Allora $C = \underline{1/2}$.

3 pt.

4. Sia

$$\ell := \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2e^{\sin(\frac{1}{n^2})} - 2 \cos(\frac{1}{n})}{\log(1 + \frac{1}{n^2}) + \left((1 + \frac{1}{n^2})^{1/3} - 1 \right)}.$$

Allora $\ell = \underline{9/4}$.

3 pt.

5. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx.$$

Allora $I = \underline{\pi^2/32}$.

3 pt.

6. Sia, per $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^9 + x^3$$

e sia g la funzione inversa di f . Allora $g'(2) = \underline{1/12}$.

3 pt.

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = (x - 1)^3(2 - x)$. Quali delle seguenti proprietà ha f ? A) continua nel suo dominio, B) limitata superiormente, C) pari, D) assume massimo assoluto nel punto $x = 7/4$, E) monotona crescente, F) è convessa nel suo dominio, G) ha due punti di flesso, H) assume minimo assoluto in $x = 7/4$.

La risposta è: ABDG

4 pt.

8. Enunciare il criterio del rapporto per successioni.

Soluzione:

3 pt.

9. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio $I = \int_2^3 \frac{(x(\sin(x-2)))^\alpha}{\sqrt{x-2}} dx$. Una sola delle seguenti risposte è corretta.

5 pt.

- (a) L'integrale diverge per ogni α
- (b) L'integrale converge se e solo se $\alpha < -1/2$
- (c) L'integrale converge se e solo se $\alpha > -3/2$
- (d) L'integrale converge se e solo se $\alpha > -1/2$
- (e) L'integrale converge se e solo se $\alpha < -1$