Ingegneria Civile-Amb./Edile-Arch. Analisi Matematica 1 Cognome:____________________

26/1/2024 Nome:____________________

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia dato l'integrale definito

$$I = 8\int_0^{\frac{\log 2}{4}} \left(\frac{1}{2+e^{4x}}\right) dx.$$

Allora $I =$ ___log(3/2)___ .

3 pt.

2. Sia, per $x \in (0,1)$,

$$f(x) = xe^{-|x^2-1|}$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $3g'(f(1/2)) =$ ___$2e^{3/4}$___ .

3 pt.

3. Sia

$$\ell := \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n-\cos(n^2)\log(n^4)}{n} + \left(\frac{3n+1}{3n-4}\right)^{n-2}\right).$$

Allora $\ell =$ ___$3+e^{5/3}$___ .

3 pt.

4. Sia $z = 3+i$ e $C = \operatorname{Im}\left(\frac{z+2-i}{z+1} + \operatorname{Re}(z^2)\right) + \frac{1}{z\bar{z}+z+\bar{z}+1}$. Allora $17C =$ ___-4___ .

3 pt.

5. Sia

$$\ell = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin(x^2+x)-\sin(x)-\sin(x^2)}{\sin^4(x)}\right).$$

Allora $\ell =$ ___$-1/2$___ .

3 pt.

6. Sia per $x<0$ $f(x) = xe^{\frac{1-x}{x}}$ e sia t la retta tangente ad f in $(-1, f(-1))$.
Allora $t(1/2) =$ ___$2e^{-2}$___ .

3 pt.

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = 2x + \arctan\left(\frac{x}{x^2-1}\right)$. Quali delle seguenti proprietà ha f nel suo dominio? A) limitata superiormente, B) convessa, C) continua, D) monotona, E) concava, F) dispari, G) monotona crescente sull'intervallo $(1,+\infty)$, H) ha massimo relativo in $x = 1/\sqrt{2}$.
La risposta è: ___**CFGH**___

4 pt.

8. Enunciare il teorema di Fermat.

Soluzione:

3 pt.

9. Stabilire per quali $\alpha \in (0+\infty)$ converge l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{(\log(x))^\alpha}{x(x-1)} \mathrm{d}x$. Una sola delle seguenti risposte è corretta.

5 pt.

(a) L'integrale converge per ogni α

(b) L'integrale converge se e solo se $\alpha < 1$

(c) L'integrale converge se e solo se $\alpha < 0$

(d) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 2$

(e) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 0$