Ingegneria Civile-Amb./Edile-Arch.
23/2/2024

Analisi Matematica A

Cognome: ____________________

Nome: ____________________

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 2 ore.

PRIMA PARTE

1. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_0^1 \mathrm{e}^{x^{1/3}}\, dx + \int_{-2\pi}^{2\pi} \cos(x) \arctan(x^3)\, dx.$$

Allora $I =$ ___ $3\mathrm{e} - 6$ ___ .

3 pt.

2. Sia $z = 3 + i$, $u = -1 + 2i$, $w = 2 + i$ e $C = \operatorname{Im}\left(\frac{z+u}{w} + z\bar{w} + u\bar{u}\right)$. Allora $C =$ ___ $-1/5$ ___ .

3 pt.

3. Sia

$$\ell = \lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1-\cos(x) - \mathrm{e}^x + 1 + x}{\sin(x^3)} + 7^{-5x} + \arctan(1/x)\right).$$

Allora $\ell =$ ___ $5/6 + \pi/2$ ___ .

3 pt.

4. Sia

$$\ell := \lim_{n\to\infty} \frac{2-\cos(n)}{\cos(3/n) + n^2 \sin(1/n^3) + n}.$$

Allora $\ell =$ ___ 0 ___ .

3 pt.

5. Sia $f(x) = -\log(1+x^2) + \mathrm{e}^{\sin x}$ e sia t la retta tangente ad f in $(0, f(0))$.
Allora $t(5) =$ ___ 6 ___ .

3 pt.

6. Sia, per $x \in (-1, 1)$,

$$f(x) = \mathrm{e}^{4x} + |x^2 - 1|$$

e sia g la funzione inversa di f. Allora $g'(2) =$ ___ $1/4$ ___ .

3 pt.

SECONDA PARTE

7. Sia $f(x) = x^2 + \mathrm{e}^{\sin x}$. Quali delle seguenti proprietà ha f nel suo dominio? A) continua, B) derivabile, C) limitata inferiormente, D) limitata superiormente, E) monotona, F) pari, G) periodica, H) dispari.
La risposta è: ___ **ABC** ___

4 pt.

8. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Soluzione:

3 pt.

9. Stabilire per quali $\alpha \in R$ converge l'integrale improprio $I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{\alpha x}}{2 + x^2} dx$. Una sola delle seguenti risposte è corretta.

5 pt.

(a) L'integrale converge se e solo se $\alpha \leq 0$

(b) L'integrale diverge per ogni α

(c) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 1$

(d) L'integrale converge se e solo se $\alpha < 0$

(e) L'integrale converge se e solo se $\alpha > 0$