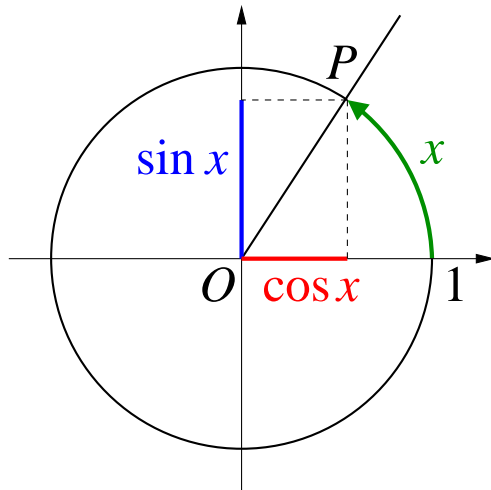


# Funzioni Seno e Coseno

Circonferenza di raggio 1



Dato  $x \in \mathbb{R}$  si costruisce il punto  $P$  partendo da  $(1,0)$  e percorrendo un arco di lunghezza  $|x|$

- in senso *antiorario* se  $x > 0$
- in senso *orario* se  $x < 0$

Per definizione  $P = (\cos x, \sin x)$ .

*Relazione fondamentale:*

$$(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Proprietà di  $\sin x$ :

- periodica:  
 $\sin(x + 2\pi) = \sin x \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\sin x > 0$  per  $x \in (0, \pi)$   
 $\sin x < 0$  per  $x \in (\pi, 2\pi)$
- è crescente in  $[0, \frac{\pi}{2}]$  e in  $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$
- è decrescente in  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$
- dispari:  $\sin(-x) = -\sin x \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- alcuni valori notevoli:  
 $\sin 0 = \sin \pi = \sin 2\pi = 0$   
 $\sin \frac{\pi}{2} = 1, \quad \sin \frac{3\pi}{2} = -1$

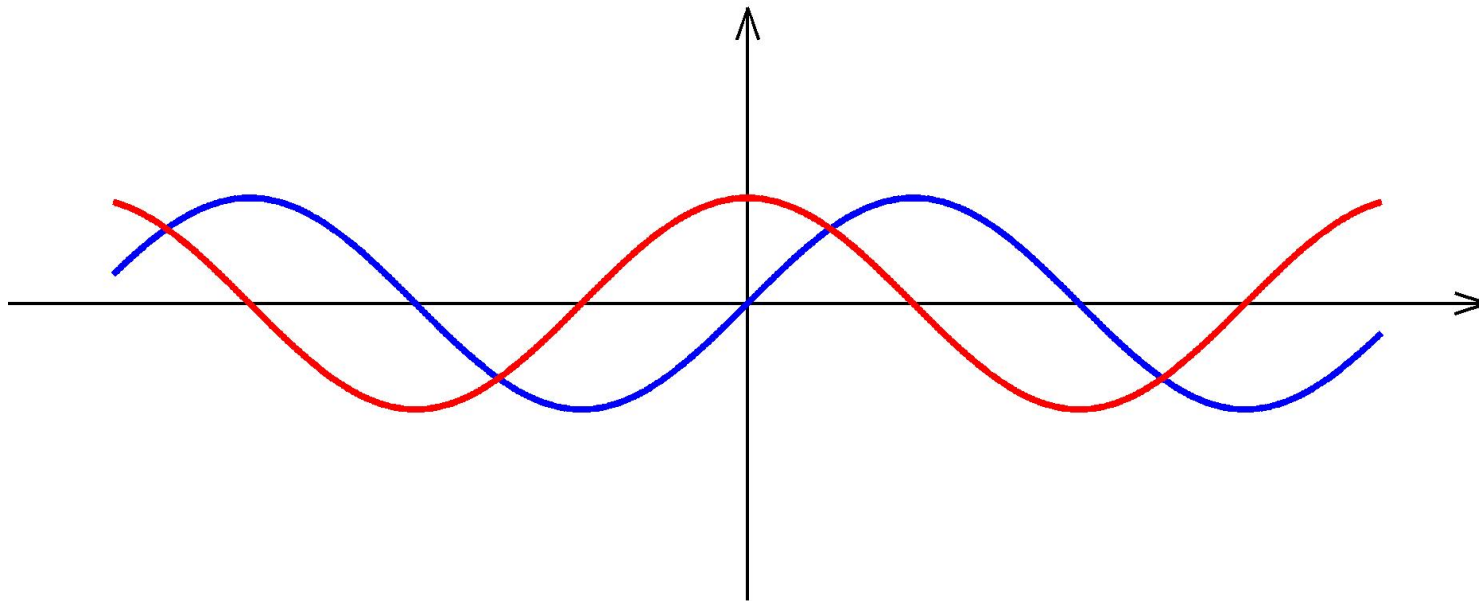
## Funzioni Seno e Coseno

---

Dalle proprietà precedenti si ottiene il seguente grafico per  $y = \sin x$ .

Il grafico  $y = \cos x$  si ottiene per traslazione poiché si ha

$$\cos x = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

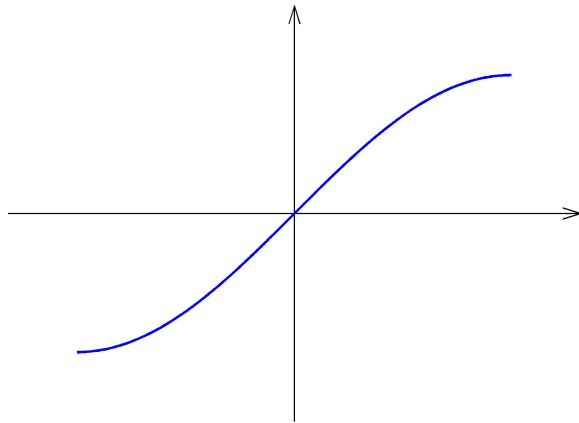


## Funzione Arcoseno

---

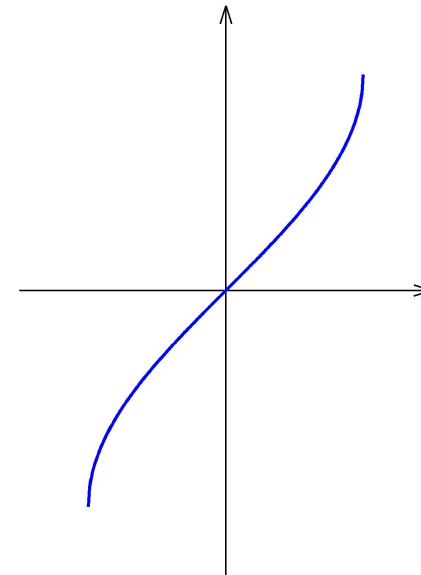
La funzione  $f(x) = \sin x$  definita per  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  a valori in  $[-1, 1]$  è biunivoca.

$\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  è la sua funzione inversa.



$$f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$$

$$f(x) = \sin x$$



$$f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

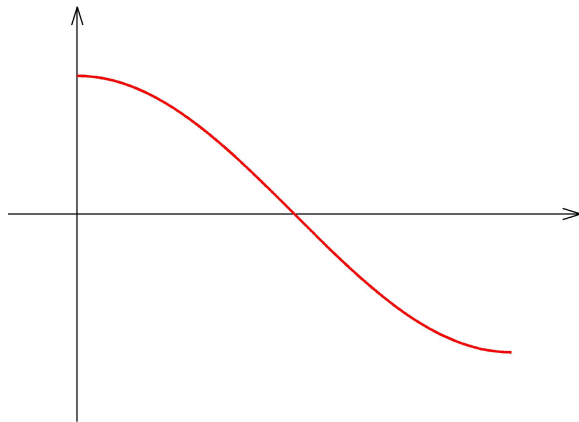
$$f^{-1}(x) = \arcsin x$$

## Funzione Arcocoseno

---

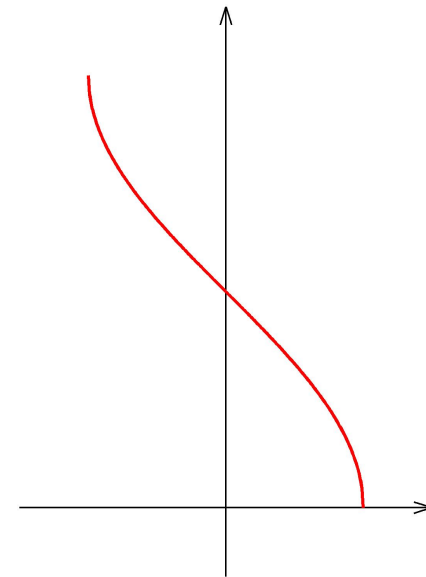
La funzione  $g(x) = \cos x$  definita per  $x \in [0, \pi]$  a valori in  $[-1, 1]$  è biunivoca.

$\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$  è la sua funzione inversa.



$$g : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$$

$$g(x) = \cos x$$



$$g^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$$

$$g^{-1}(x) = \arccos x$$

# Funzione Tangente

---

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{per ogni } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

È una funzione periodica di periodo  $\pi$  e dispari.

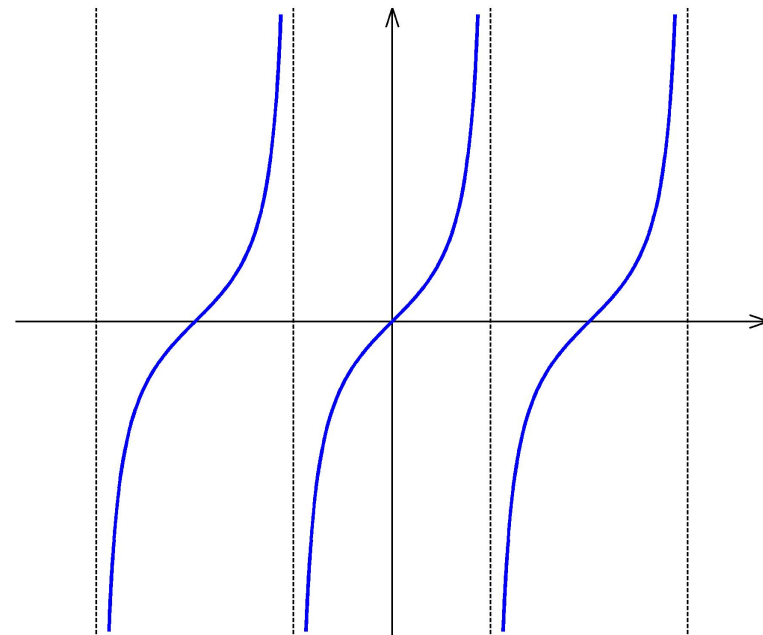
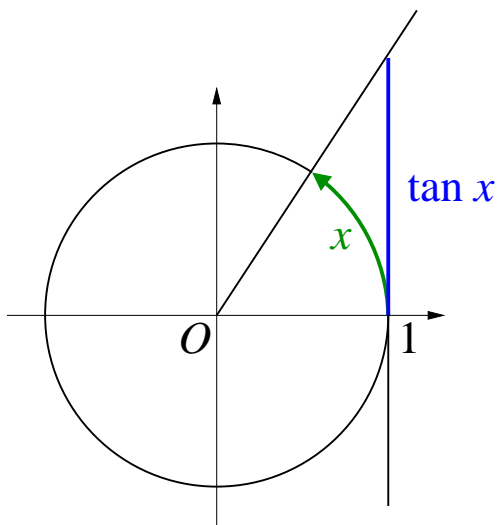
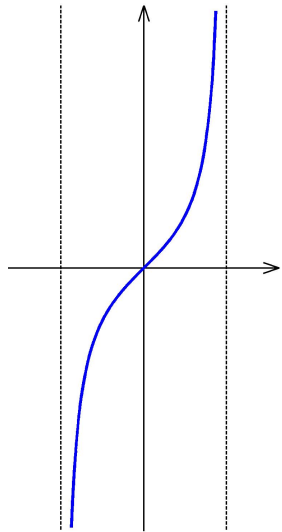


grafico di  $f(x) = \tan x$

## Funzione Arcotangente

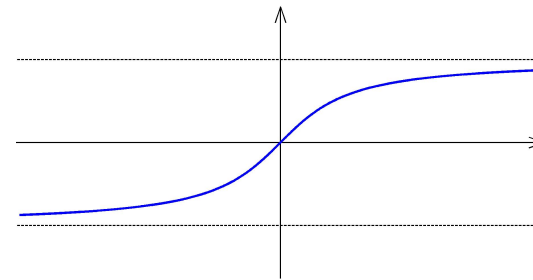
---

La funzione  $f(x) = \tan x$  definita per  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  a valori in  $\mathbb{R}$  è biunivoca.  $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  è la sua funzione inversa.



$$f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \tan x$$



$$f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$$

$$f^{-1}(x) = \arctan x$$