

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 1.** Sono dati 150 g di una soluzione  $\mathcal{S}_1$  concentrata al 12%.

- (a) Determinare quanti grammi di soluto occorre aggiungere a  $\mathcal{S}_1$  per ottenere una nuova soluzione  $\mathcal{S}_2$  concentrata al 20%.
- (b) Determinare quanti grammi di solvente occorre aggiungere a  $\mathcal{S}_2$  per riottenere una soluzione con la stessa concentrazione iniziale.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 2.** Si dispone di una soluzione  $\mathcal{S}_1$  concentrata al 20% e di una soluzione  $\mathcal{S}_2$  (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 10%.

- (a) Trovare la concentrazione di una soluzione  $\mathcal{S}_3$  composta da 3 parti di  $\mathcal{S}_1$  e da 2 parti di  $\mathcal{S}_2$ .
- (b) Trovare il peso iniziale di  $\mathcal{S}_1$  sapendo che, se aggiungo 1 Kg di solvente, la concentrazione diventa del 15%.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 3.** Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semilogaritmiche o doppiamente logaritmiche), calcolare i coefficienti angolari delle rette corrispondenti alle seguenti funzioni:

1)  $y = \sqrt{\frac{6}{x^3}}$

2)  $y = 4^{5x-2}$

## Esercizi di Ricapitolazione

---

### Esercizio 4.

- (a) In un grafico con scala semilogaritmica è rappresentata la retta di equazione  $Y = -\log_{10} 2 + (\log_{10} 5)X$ . Trovare il corrispondente legame funzionale tra  $x$  e  $y$ , dove  $X = x$  e  $Y = \log_{10} y$ .
- (b) In un grafico con scala doppiamente logaritmica è rappresentata la retta di equazione  $Y = 3 - 2X$ . Trovare il corrispondente legame funzionale tra  $x$  e  $y$ , dove  $X = \log_{10} x$  e  $Y = \log_{10} y$ .

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 5.** Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi all'altezza media (espressa in cm) di una popolazione di 100 individui:

altezza (cm)	$f_i$
155 – 165	10
165 – 175	20
175 – 185	50
185 – 195	20
	100

- (a) Calcolare la media.
- (b) Calcolare la mediana e i quartili, usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 6.** Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media  $\mu = 8$  e deviazione standard  $\sigma = 5$ , determinare:

- (a) la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo  $[-2, 18]$ ;
- (b) la percentuale di dati che cadono nell'intervallo  $[3, 18]$ ;
- (c) la percentuale di dati maggiori di 10.

Usare la tabella gaussiana del lucido successivo.

# Tabella Gaussiana

---

valori di $u$	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 7.** Si vuole stimare l'età media  $\mu$  di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 4900 pazienti affetti dalla malattia risulta un'età media  $\bar{x} = 60$  anni e una deviazione standard campionaria  $s = 10$  anni. Trovare gli intervalli di confidenza per l'età media  $\mu$  al 68%, al 95% e al 99%.

Come cambia la stima se gli stessi dati  $\bar{x}$  e  $s$  sono ottenuti da un campione di 10000 pazienti?

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 8.** Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi al peso medio (espresso in Kg) di un campione di 100 individui appartenenti a una certa popolazione:

peso (Kg)	$f_i$
45 – 55	10
55 – 65	20
65 – 75	30
75 – 85	30
85 – 95	10
	100

- (a) Calcolare il peso medio e la deviazione standard campionaria.
- (b) Calcolare la mediana, usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza.
- (c) Costruire l'intervallo di confidenza al 95% del peso medio  $\mu$  della popolazione.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 9.** Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: il peso medio degli abitanti adulti di una certa nazione è  $\mu = 72$  Kg. A questo scopo si considera un campione casuale di 100 individui, che vengono pesati. Si ottiene un peso medio campionario  $\bar{x} = 73.8$  Kg con deviazione standard campionaria  $s = 8$  Kg.

Dopo aver precisato se il test debba essere a una o due code, trarre le conclusioni se il livello di significatività è del 5%. Cosa cambia se il livello di significatività del test è dell'1%? E se il campione fosse stato composto da 400 individui?

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 10.** (compito d'esame del 01/02/2013)

Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x.$$

- Determinare il campo di esistenza di  $f$  e calcolarne la derivata.
- Studiare la monotonia di  $f$ .
- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di  $f$  nell'intervallo  $[0, 3]$  (lasciare il numero  $e$  indicato, cioè non approssimarlo con un numero razionale).

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 11.** (compito d'esame del 01/02/2013)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = 2 \ln(x + 1), \quad g(x) = x^2 - 2.$$

Determinare:

- il campo di esistenza di  $f$ ;
- il campo di esistenza di  $g$ ;
- l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = 2$ ;
- l'espressione di  $f \circ g$  e il suo campo di esistenza;
- l'espressione di  $g \circ f$  e il suo campo di esistenza.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 12.** (compito d'esame del 02/09/2013)

Si consideri la funzione

$$f_k(x) = \begin{cases} 2 & \text{per } -4 \leq x < -2, \\ |x| & \text{per } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2 + k & \text{per } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

- Dire per quale valore di  $k$  la funzione è continua in  $[-4, 4]$ .
- Per tale valore di  $k$  disegnare il grafico di  $f_k$ .
- Sempre per il valore di  $k$  che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di  $f_k$  in  $[-4, 4]$ .

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 13.** (compito d'esame del 26/02/2013)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sqrt{x+1}, \quad g(x) = e^{2x-1}.$$

Determinare:

- l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = 3$ ;
- l'espressione della funzione inversa  $g^{-1}$  e il suo campo di esistenza;
- l'espressione di  $f \circ g$  e il suo campo di esistenza;
- l'espressione di  $g \circ f$  e il suo campo di esistenza.

## Esercizi di Ricapitolazione

---

### Esercizio 14.

- (a) Una popolazione cellulare è formata all'istante  $t = 0$  da  $K_0$  cellule aventi tempo di raddoppio  $T = 5$  giorni. Dopo quanti giorni la popolazione risulterà quadruplicata?

Soluzione: 10 giorni

- (b) Qual è il tempo di raddoppio di una seconda popolazione che aumenta di 3 volte il numero di individui in 10 giorni?

Soluzione:  $T = \frac{10}{\log_2 3}$  giorni

## Esercizi di Ricapitolazione

---

### Esercizio 15.

- (a) Un materiale radioattivo è caratterizzato da un tempo di dimezzamento pari a 500 anni. Dopo quanto tempo un campione di tale materiale si sarà ridotto del 75%?

Soluzione: 1000 anni

- (b) Qual è il tempo di dimezzamento di un secondo campione che si riduce al 30% in 1000 anni?

Soluzione:  $T = \frac{1000}{\log_2(\frac{10}{3})}$  anni

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 16.** Date le funzioni  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = \ln|x|$ ,

- (a) scrivere l'espressione di  $f \circ g$  e determinare il suo insieme di definizione;
- (b) scrivere l'espressione di  $g \circ f$  e determinare il suo insieme di definizione;
- (c) scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f \circ g$  in  $x = 3$ .

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 17.** Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{x^3 - 6x^2 + 9x + 1}$$

- (a) Determinare il campo di esistenza di  $f$ .
- (b) Studiare il comportamento di  $f$  agli estremi del suo dominio di definizione.
- (c) Studiare la monotonia di  $f$ .
- (d) Determinare massimo e minimo assoluti di  $f$  nell'intervallo  $[0, 2]$ .

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 18.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(1 - x^2).$$

- (a) Determinare il campo di esistenza di  $f$ .
- (b) Studiare il comportamento di  $f$  agli estremi del suo dominio di definizione.
- (c) Studiare il segno di  $f$ .
- (d) Studiare la monotonia di  $f$  e determinare gli eventuali punti di massimo o minimo relativo.
- (e) Calcolare la derivata seconda di  $f$  e studiarne la convessità.
- (f) Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .

## Esercizi di Ricapitolazione

---

**Esercizio 19.** Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

nell'intervallo  $[-3, 2]$ .