

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni di Evoluzione

RIEPILOGO E PROPOSTE DI SEMINARIO
PER LA I PARTE DEL CORSO (E. ROCCA)

Argomenti della prima parte del corso (E. Rocca)

Equazioni di
Evoluzione

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

1. **Richiami:** Spazi L^p , di Hilbert e di Sobolev, Operatori lineari e positivi, Convergenze deboli e deboli star.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

1. **Richiami:** Spazi L^p , di Hilbert e di Sobolev, Operatori lineari e positivi, Convergenze deboli e deboli star.
2. **Problemi di Cauchy per: Equazioni paraboliche ed iperboliche lineari - Equazioni di reazione-diffusione non lineari:**
 - 2.1. Spazi di funzioni a valori in spazi di Banach.
 - 2.2. Formulazione variazionale dei problemi di Cauchy.
 - 2.3. Esistenza della soluzione.
 - 2.4. Unicità della soluzione, dipendenza continua dai dati, regolarità.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

1. **Richiami:** Spazi L^p , di Hilbert e di Sobolev, Operatori lineari e positivi, Convergenze deboli e deboli star.
2. **Problemi di Cauchy per: Equazioni paraboliche ed iperboliche lineari - Equazioni di reazione-diffusione non lineari:**
 - 2.1. Spazi di funzioni a valori in spazi di Banach.
 - 2.2. Formulazione variazionale dei problemi di Cauchy.
 - 2.3. Esistenza della soluzione.
 - 2.4. Unicità della soluzione, dipendenza continua dai dati, regolarità.
3. **Cenni alla teoria dei Semigrupp di Operatori e Attrattori:**
 - 3.1. Definizione di sistema dinamico.
 - 3.2. Insieme assorbente. Relazione con i sistemi dinamici dissipativi.
 - 3.3. Attrattore globale.
 - 3.4. Teorema di esistenza per sistemi dinamici dissipativi.
 - 3.5. Insieme assorbente per equazioni di reazione-diffusione.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

- Definizione di alcuni spazi di funzioni a valori in spazi di Banach e loro proprietà. Proprietà della derivata in senso distribuzionale a valori in spazi di Hilbert.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

- Definizione di alcuni spazi di funzioni a valori in spazi di Banach e loro proprietà. Proprietà della derivata in senso distribuzionale a valori in spazi di Hilbert.
- Formulazione astratta del problema parabolico lineare

$$u_t + Au = f, \quad u(0) = u_0.$$

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

- Definizione di alcuni spazi di funzioni a valori in spazi di Banach e loro proprietà. Proprietà della derivata in senso distribuzionale a valori in spazi di Hilbert.
- Formulazione astratta del problema parabolico lineare

$$u_t + Au = f, \quad u(0) = u_0.$$

- Il teorema di esistenza e della dipendenza continua delle soluzioni dai dati. Il metodo di Faedo-Galerkin.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

- Definizione di alcuni spazi di funzioni a valori in spazi di Banach e loro proprietà. Proprietà della derivata in senso distribuzionale a valori in spazi di Hilbert.
- Formulazione astratta del problema parabolico lineare

$$u_t + Au = f, \quad u(0) = u_0.$$

- Il teorema di esistenza e della dipendenza continua delle soluzioni dai dati. Il metodo di Faedo-Galerkin.
- Il teorema di regolarità. Effetto regolarizzante dell'equazione.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni paraboliche lineari (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

► Equazione del calore

$$u_t - k\Delta u = f \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

e sua formulazione variazionale.

- Definizione di alcuni spazi di funzioni a valori in spazi di Banach e loro proprietà. Proprietà della derivata in senso distribuzionale a valori in spazi di Hilbert.
- Formulazione astratta del problema parabolico lineare

$$u_t + Au = f, \quad u(0) = u_0.$$

- Il teorema di esistenza e della dipendenza continua delle soluzioni dai dati. Il metodo di Faedo-Galerkin.
- Il teorema di regolarità. Effetto regolarizzante dell'equazione.
- Applicazioni dei risultati visti per le equazioni astratte al caso di Problemi di Cauchy Neumann, Cauchy Dirichlet, misti, al caso di problemi del quart'ordine.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Equazioni di reazione-diffusione (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 8])

- Formulazione variazionale di problemi iniziali e al contorno (Dirichlet/Neumann/Robin) e ambientazione funzionale

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

dove f ha crescita di tipo potenza di grado al massimo 5 in 3D.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

**Equazioni di reazione
e diffusione**

Equazioni iperboliche
Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni di reazione-diffusione (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 8])

- Formulazione variazionale di problemi iniziali e al contorno (Dirichlet/Neumann/Robin) e ambientazione funzionale

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

dove f ha crescita di tipo potenza di grado al massimo 5 in 3D.

- Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole: costruzione sistema approssimante (schema Faedo-Galerkin), stime a priori, passaggio al limite nel sistema approssimante, stima di dipendenza continua e unicità.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

**Equazioni di reazione
e diffusione**

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni di reazione-diffusione (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 8])

- ▶ Formulazione variazionale di problemi iniziali e al contorno (Dirichlet/Neumann/Robin) e ambientazione funzionale

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

dove f ha crescita di tipo potenza di grado al massimo 5 in 3D.

- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole: costruzione sistema approssimante (schema Faedo-Galerkin), stime a priori, passaggio al limite nel sistema approssimante, stima di dipendenza continua e unicità.
- ▶ Teorema di regolarizzazione delle soluzioni deboli.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

**Equazioni di reazione
e diffusione**

Equazioni iperboliche
Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni di reazione-diffusione (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 8])

- ▶ Formulazione variazionale di problemi iniziali e al contorno (Dirichlet/Neumann/Robin) e ambientazione funzionale

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

dove f ha crescita di tipo potenza di grado al massimo 5 in 3D.

- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole: costruzione sistema approssimante (schema Faedo-Galerkin), stime a priori, passaggio al limite nel sistema approssimante, stima di dipendenza continua e unicità.
- ▶ Teorema di regolarizzazione delle soluzioni deboli.
- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione forte e Teorema di dipendenza continua.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

**Equazioni di reazione
e diffusione**

Equazioni iperboliche
Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni di reazione-diffusione (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 8])

- ▶ Formulazione variazionale di problemi iniziali e al contorno (Dirichlet/Neumann/Robin) e ambientazione funzionale

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

dove f ha crescita di tipo potenza di grado al massimo 5 in 3D.

- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole: costruzione sistema approssimante (schema Faedo-Galerkin), stime a priori, passaggio al limite nel sistema approssimante, stima di dipendenza continua e unicità.
- ▶ Teorema di regolarizzazione delle soluzioni deboli.
- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione forte e Teorema di dipendenza continua.
- ▶ Costruzione di due sistemi semidinamici.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

**Equazioni di reazione
e diffusione**

Equazioni iperboliche
Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

- ▶ Definizione di soluzione debole e introduzione del problema astratto

$$u_{tt} + Au = g, \quad u(0) = u_0, \quad u_t(0) = u_1.$$

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

- ▶ Definizione di soluzione debole e introduzione del problema astratto

$$u_{tt} + Au = g, \quad u(0) = u_0, \quad u_t(0) = u_1.$$

- ▶ Teorema di esistenza di una soluzione regolare: il metodo di discretizzazione in tempo.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

- ▶ Definizione di soluzione debole e introduzione del problema astratto

$$u_{tt} + Au = g, \quad u(0) = u_0, \quad u_t(0) = u_1.$$

- ▶ Teorema di esistenza di una soluzione regolare: il metodo di discretizzazione in tempo.
- ▶ Teorema di dipendenza continua delle soluzioni dai dati per il problema di Cauchy iperbolico.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

- ▶ Definizione di soluzione debole e introduzione del problema astratto

$$u_{tt} + Au = g, \quad u(0) = u_0, \quad u_t(0) = u_1.$$

- ▶ Teorema di esistenza di una soluzione regolare: il metodo di discretizzazione in tempo.
- ▶ Teorema di dipendenza continua delle soluzioni dai dati per il problema di Cauchy iperbolico.
- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Equazioni iperboliche (vedi Appunti in rete e [Evans, Cap. 7 e Salsa, Cap. 10])

- ▶ Il Problema di Cauchy-Dirichlet per l'equazione delle onde

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

- ▶ Definizione di soluzione debole e introduzione del problema astratto

$$u_{tt} + Au = g, \quad u(0) = u_0, \quad u_t(0) = u_1.$$

- ▶ Teorema di esistenza di una soluzione regolare: il metodo di discretizzazione in tempo.
- ▶ Teorema di dipendenza continua delle soluzioni dai dati per il problema di Cauchy iperbolico.
- ▶ Teorema di esistenza e unicità di una soluzione debole.
- ▶ Dimostrazione dell'esistenza e unicità (con il metodo delle contrazioni) di una soluzione per un problema di Cauchy Dirichlet omogeneo nonlineare con nonlinearietà Lipschitz.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Sistemi dinamici dissipativi (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10 e Temam, Cap. I])

- ▶ Introduzione ai **sistemi dinamici** ed esempi di sistemi dinamici finito dimensionali.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Sistemi dinamici dissipativi (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10 e Temam, Cap. I])

- ▶ Introduzione ai **sistemi dinamici** ed esempi di sistemi dinamici finito dimensionali.
- ▶ Sistemi dinamici dissipativi. Insieme assorbente.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Sistemi dinamici dissipativi (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10 e Temam, Cap. I])

- ▶ Introduzione ai **sistemi dinamici** ed esempi di sistemi dinamici finito dimensionali.
- ▶ Sistemi dinamici dissipativi. Insieme assorbente.
- ▶ **Che cos'è un insieme assorbente?** In molti fenomeni naturali sono presenti vari tipi di dissipazione (ad esempio, la viscosità, la frizione, la perdita di calore). Questo aspetto caratterizza quelli che vengono chiamati **sistemi dinamici dissipativi**.

Riepilogo

Equazioni paraboliche lineari

Equazioni di reazione e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici dissipativi ed attrattori

I possibili argomenti da approfondire

Sistemi dinamici dissipativi (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10 e Temam, Cap. I])

- ▶ Introduzione ai **sistemi dinamici** ed esempi di sistemi dinamici finito dimensionali.
- ▶ Sistemi dinamici dissipativi. Insieme assorbente.
- ▶ **Che cos'è un insieme assorbente?** In molti fenomeni naturali sono presenti vari tipi di dissipazione (ad esempio, la viscosità, la frizione, la perdita di calore). Questo aspetto caratterizza quelli che vengono chiamati **sistemi dinamici dissipativi**.
- ▶ Da un punto di vista matematico, un sistema dinamico si dice dissipativo se ammette un **insieme assorbente**, ovvero se esiste un insieme \mathcal{G} , limitato nello spazio infinito dimensionale in cui sono definite le traiettorie, tale che tutte le traiettorie che partono da un qualsiasi insieme limitato dopo un certo istante t^* entrano in \mathcal{G} .

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

Attrattori globali (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10, 11 e Temam, Cap. I, IV])

- ▶ Definizione di attrattore globale.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

Attrattori globali (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10, 11 e Temam, Cap. I, IV])

- ▶ Definizione di attrattore globale.
- ▶ **Che cos'è l'attrattore globale?** Il più piccolo insieme compatto \mathcal{A} che attrae uniformemente (secondo una opportuna definizione di convergenza) tutte le traiettorie che partono da un qualsiasi insieme limitato. Unicità dell'attrattore globale.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

Attrattori globali (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10, 11 e Temam, Cap. I, IV])

- ▶ Definizione di attrattore globale.
- ▶ **Che cos'è l'attrattore globale?** Il più piccolo insieme compatto \mathcal{A} che attrae uniformemente (secondo una opportuna definizione di convergenza) tutte le traiettorie che partono da un qualsiasi insieme limitato. Unicità dell'attrattore globale.
- ▶ Un teorema di esistenza dell'attrattore globale.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

Attrattori globali (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10, 11 e Temam, Cap. I, IV])

- ▶ Definizione di attrattore globale.
- ▶ **Che cos'è l'attrattore globale?** Il più piccolo insieme compatto \mathcal{A} che attrae uniformemente (secondo una opportuna definizione di convergenza) tutte le traiettorie che partono da un qualsiasi insieme limitato. Unicità dell'attrattore globale.
- ▶ Un teorema di esistenza dell'attrattore globale.
- ▶ Sistema dinamico generato dall'**equazione di reazione-diffusione**.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

Attrattori globali (vedi Appunti in rete e [Robinson, Cap. 10, 11 e Temam, Cap. I, IV])

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

**Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**

I possibili argomenti
da approfondire

- ▶ Definizione di attrattore globale.
- ▶ **Che cos'è l'attrattore globale?** Il più piccolo insieme compatto \mathcal{A} che attrae uniformemente (secondo una opportuna definizione di convergenza) tutte le traiettorie che partono da un qualsiasi insieme limitato. Unicità dell'attrattore globale.
- ▶ Un teorema di esistenza dell'attrattore globale.
- ▶ Sistema dinamico generato dall'**equazione di reazione-diffusione**.
- ▶ Dimostrazione dell'esistenza di un insieme limitato assorbente in L^2 e dell'esistenza di un insieme assorbente che è limitato in H^1 .

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

**I possibili argomenti
da approfondire**

I possibili argomenti da approfondire

1. **Equazioni di reazione e diffusione nonlineari generali**
([Robinson Cap. 8, 11, Temam Cap III, Sez. 1]): Buona
positura ed esistenza dell'attrattore per il problema

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

con f a crescita p , p generico.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattoriI possibili argomenti
da approfondire

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattoriI possibili argomenti
da approfondire

1. **Equazioni di reazione e diffusione nonlineari generali** ([Robinson Cap. 8, 11, Temam Cap III, Sez. 1]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per il problema

$$u_t - k\Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

con f a crescita p , p generico.

2. **Equazione di Cahn-Hilliard** ([Temam, Cap. III, Sez. 4.2]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per il problema

$$u_t - \Delta(-\nu\Delta u + f(u)) = 0 \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

con f polinomiale a crescita p , p generico. Descrive l'evoluzione della variabile di fase u (proporzione locale di una delle due fasi) in modelli di separazione di fase.

3. Sistema di Navier Stokes in 2D ([Robinson, Cap. 9, 12 e Temam, Cap III, Sez. 2]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per il problema in 2D

$$\begin{cases} \mathbf{u}_t - \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{0} \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \end{cases}$$

Descrive il moto di un fluido viscoso, omogeneo e incomprimibile. Qui \mathbf{u} è la velocità del fluido, p è la pressione, e ν è la viscosità.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattoriI possibili argomenti
da approfondire

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattoriI possibili argomenti
da approfondire

3. **Sistema di Navier Stokes in 2D ([Robinson, Cap. 9, 12 e Temam, Cap III, Sez. 2]):** Buona positura ed esistenza dell'attrattore per il problema in 2D

$$\begin{cases} \mathbf{u}_t - \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{0} \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \end{cases}$$

Descrive il moto di un fluido viscoso, omogeneo e incompressibile. Qui \mathbf{u} è la velocità del fluido, p è la pressione, e ν è la viscosità.

4. **Equazioni iperboliche lineari dissipative ([Temam, Cap. II, Sez. 4 e Cap. IV, Sez. 1]):** Buona positura con il metodo di Faedo-Galerkin e decadimento esponenziale per il sistema

$$u_{tt} + u_t + Au = g \quad + \text{I.C.}$$

5. **Equazioni iperboliche non lineari dissipative di sine Gordon** ([Temam, Cap. IV, Sez. 2]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per l'equazione

$$u_{tt} + u_t - \Delta u + \sin u = g \quad + \text{I.C.}$$

con condizioni al bordo di Dirichlet, Neumann o periodiche.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori**I possibili argomenti
da approfondire**

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineariEquazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattoriI possibili argomenti
da approfondire

5. **Equazioni iperboliche non lineari dissipative di sine Gordon** ([Temam, Cap. IV, Sez. 2]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per l'equazione

$$u_{tt} + u_t - \Delta u + \sin u = g \quad + \text{I.C.}$$

con condizioni al bordo di Dirichlet, Neumann o periodiche.

6. **Equazioni iperboliche non lineari dissipative** ([Temam, Cap. IV, Sez. 3.1, 3.2, 4]): Buona positura ed esistenza dell'attrattore per l'equazione (della meccanica quantistica)

$$u_{tt} + u_t - \Delta u + f(u) = g \quad + \text{B.C.} \quad + \text{I.C.}$$

con $f(u) = |u|^\gamma u$.

Testi consigliati

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

**I possibili argomenti
da approfondire**

1. H. Brezis, Analisi funzionale, Liguori editore.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

**I possibili argomenti
da approfondire**

1. H. Brezis, *Analisi funzionale*, Liguori editore.
2. C.L. Evans, *Partial differential equations*, 1998.
3. J. C. Robinson, *Infinite-Dimensional Dynamical Systems*, Cambridge University Press.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

**I possibili argomenti
da approfondire**

1. H. Brezis, Analisi funzionale, Liguori editore.
2. C.L. Evans, Partial differential equations, 1998.
3. J. C. Robinson, Infinite-Dimensional Dynamical Systems, Cambridge University Press.
4. S. Salsa, Equazioni a derivate parziali, Springer.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

**I possibili argomenti
da approfondire**

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

1. H. Brezis, Analisi funzionale, Liguori editore.
2. C.L. Evans, Partial differential equations, 1998.
3. J. C. Robinson, Infinite-Dimensional Dynamical Systems, Cambridge University Press.
4. S. Salsa, Equazioni a derivate parziali, Springer.
5. PER APPROFONDIMENTO: R. Temam, Infinite-Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics, Applied Mathematical Sciences 68, Springer-Verlag.

Riepilogo

Equazioni paraboliche
lineari

Equazioni di reazione
e diffusione

Equazioni iperboliche

Sistemi dinamici
dissipativi ed
attrattori

I possibili argomenti
da approfondire

Grazie per la partecipazione e buono studio!