

Corso di Algebra lineare - a.a. 2006-2007

Prova scritta del 03.07.2007

Compito A

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Sia r la retta di equazioni

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ z - 2x = 4 \end{cases}$$

e S la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z - 25 = 0$. P, Q e R i punti di coordinate rispettivamente $(1, 2, -6), (-1, -4, 4)$ e $(1, -1, 5)$ e v il vettore ${}^t(2, -1, 4)$.

1. Determinare il centro C e il raggio R di S e un vettore v che generi la giacitura di r ;
2. scrivere equazioni cartesiane per la retta s parallela a r e passante per il punto C , trovare gli eventuali punti di intersezione tra s e S e scrivere un'equazione cartesiana per il piano π passante per i punti $P_1 = (1, 2, -1), P_2 = (-1, -1, -2)$ e $P_3 = (2, 0, 3)$;
3. determinare la posizione relativa tra r e S , trovare il punto $Q = s \cap \pi$ e trovare eventuali punti $T \in r$ tali che il triangolo QTC sia rettangolo in T .

Punti (3+4+3)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che: $F_t(1, 0, 0, 0) = (1, 1, 0, 0)$, $F_t(t, 1, 0, 0) = (t, t, 0, 1)$, $F_t(t, 1, 1, 0) = (t, t - t^2, 1, 1)$. $F_t(1, 0, 0, 1) = (1, 1 + t^2, 0, 0)$.

- a) Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- b) Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- c) Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .
- d) Calcolare la segnatura di $A_0 + A_0$.

Punti (4+5+3+3)

Esercizio 3. Sia A , una matrice complessa di ordine 3 diagonalizzabile, non nulla e avente polinomio caratteristico reale:

Vero o Falso:

1. A è simile ad una matrice reale;
2. A è una matrice reale;
3. A^2 può essere antisimmetrica reale.

Punti (1+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2006-2007

Prova scritta del 22.02.2007

Compito B

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Sia r la retta di equazioni

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ z - 2x = 4 \end{cases}$$

e S la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z - 25 = 0$. P, Q e R i punti di coordinate rispettivamente $(1, 2, -6), (-1, -4, 4)$ e $(1, -1, 5)$ e v il vettore ${}^t(2, -1, 4)$.

1. Determinare il centro C e il raggio R di S e un vettore v che generi la giacitura di r ;
2. scrivere equazioni cartesiane per la retta s parallela a r e passante per il punto C , trovare gli eventuali punti di intersezione tra s e S e scrivere un'equazione cartesiana per il piano π passante per i punti $P_1 = (1, 2, -1), P_2 = (-1, -1, -2)$ e $P_3 = (2, 0, 3)$;
3. determinare la posizione relativa tra r e S , trovare il punto $Q = s \cap \pi$ e trovare eventuali punti $T \in r$ tali che il triangolo QTC sia rettangolo in T .

Punti (3+4+3)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che: $F_t(-1, 0, 0, 0) = (1, 1, 0, 0)$, $F_t(-t, -1, 0, 0) = (t, t, 0, 1)$, $F_t(-t, -1, -1, 0) = (t, t - t^2, 1, 1)$. $F_t(-1, 0, 0, -1) = (1, 1 + t^2, 0, 0)$.

- a) Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- b) Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- c) Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .
- d) Calcolare la segnatura di $A_0 + A_0$.

Punti (4+5+3+3)

Esercizio 3. Sia A , una matrice complessa di ordine 3 diagonalizzabile, non nulla e avente polinomio caratteristico reale:

Vero o Falso:

1. A può essere simile ad una matrice reale ;
2. A può non essere reale;
3. A^3 può essere antisimmetrica reale.

Punti (1+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2006-2007

Prova scritta del 07.03.2007 Risultati

Nome: _____ Cognome: _____ Data nascita: _____
Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)
Programma (per studenti di matematica anni precedenti) **Nuovo** **Precedente**

Compito **A** **B** **(crocettare)**

ESERCIZIO 1

- 1)
- 2)
- 3)

ESERCIZIO 2

- a)
- b)
- c)
- d)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

- 1) V F
- 2) V F
- 3) V F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -t^2 & t^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$