

Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006

Prova scritta intermedia del 23.11.2005

Compito A

Esercizio 1. Determinare per quali valori dei parametri reali a e b il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x + y + az + bw = 0 \\ x + y - az + bw = a + b \\ ax + ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

Esercizio 2.

Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}_4[x]$ dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia V il sottospazio generato da $p_1(x), p_2(x)$ e $p_3(x)$ dove

$$p_1(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad p_2(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x \quad p_3(x) = 3x^4 + 4x^3 + 3$$

e sia W il sottospazio generato da $q_1(x)$ e $q_2(x)$ dove

$$q_1(x) = -x^3 + 2x^2 + 2x + 7 \quad q_2(x) = 3x^4 + 7x^3 + 2x^2 - x + 4.$$

- Trovare la dimensione di V e quella di W .
- Trovare la dimensione di $V \cap W$.
- Trovare la dimensione di $V + W$ e una sua base.

Esercizio 3. Siano A, B e C una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo A di rango 3, B di rango 2 e C di rango 1.

Vero o Falso:

- $\det(ACB) = 0$
- $\det(AC - B) = 0$
- $\det(AC + CB) = 0$.

Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006

Prova scritta intermedia del 23.11.2005

Compito B

Esercizio 1. Determinare per quali valori dei parametri reali a e b il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x + 2y + az + bw = 0 \\ x + 2y - az + bw = a + b \\ ax + 2ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

Esercizio 2.

Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}_4[x]$ dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia V il sottospazio generato da $p_1(x), p_2(x)$ e $p_3(x)$ dove

$$p_1(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + x \quad p_2(x) = 3x^4 + 4x + 3 \quad p_3(x) = 2x^3 + 2x^2 - x + 7$$

e sia W il sottospazio generato da $q_1(x)$ e $q_2(x)$ dove

$$q_1(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x + 4 \quad q_2(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1.$$

- Trovare la dimensione di V e quella di W .
- Trovare la dimensione di $V \cap W$.
- Trovare la dimensione di $V + W$ e una sua base.

Esercizio 3. Siano A, B e C una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo A di rango 2, B di rango 1 e C di rango 1.

Vero o Falso:

- $\det(ACB) = 0$
- $\det(AC - B) = 0$
- $\det(AC + CB) = 0$.

Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006

Prova scritta intermedia del 23.11.2005

Compito C

Esercizio 1. Determinare per quali valori dei parametri reali a e b il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x - y + az + bw = 0 \\ x - y - az + bw = a + b \\ ax - ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

Esercizio 2.

Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}_4[x]$ dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia V il sottospazio generato da $p_1(x), p_2(x)$ e $p_3(x)$ dove

$$p_1(x) = -x^4 + 2x^3 + 2x + 7 \quad p_2(x) = 7x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x + 4 \quad p_3(x) = 3x^4 - x^3 + 2x + 1$$

e sia W il sottospazio generato da $q_1(x)$ e $q_2(x)$ dove

$$q_1(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 2x \quad q_2(x) = 4x^4 + 3x^2 + 3.$$

- a) Trovare la dimensione di V e quella di W .
- b) Trovare la dimensione di $V \cap W$.
- c) Trovare la dimensione di $V + W$ e una sua base.

Esercizio 3. Siano A, B e C una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo A di rango 2, B di rango 2 e C di rango 1.

Vero o Falso:

- a) $\det(ACB) = 0$
- b) $\det(AC - B) = 0$
- c) $\det(AC + CB) = 0$.

Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006
Prova scritta intermedia del 23.11.2005 Risultati

Nome: _____ Cognome: _____ Anno di immatric. _____

Compito **A** **B** **C** (crocettare)

ESERCIZIO 1

- a) valori per cui il sistema è risolubile
- b) soluzioni

ESERCIZIO 2

- a) $\dim V =$ $\dim W =$
- b) $\dim(V \cap W) =$
- c) $\dim(V + W) =$ Base:

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

- a) V F
- b) V F
- c) V F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

Ogni esercizio esatto vale 1 punto.