

**Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001**

*Prova scritta del 28.9.2001 Modulo 1*

**Esercizio 1.** Sia  $Oxy$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale del piano  $S_2$  della geometria euclidea.

- Scrivere l'equazione della circonferenza di  $S_2$  tangente alle rette  $r_1: 3x + 4y = 25$ ,  $r_2: 4x + 3y = 25$  e  $r_3: 3x - 4y = 25$  ;
- Scrivere l'equazione della circonferenza  $D$  avente lo stesso centro di  $C$  e di circonferenza doppia.
- Scrivere l'equazione delle ellissi  $E(t)$  aventi lo stesso centro di  $C$  e asse focale, parallelo all'asse  $y$  e distanza tra i due fuochi  $d = 10$ .
- Dire se qualche ellisse definita nel del punto precedente può essere contenuta in  $C$ .

**Punti (4+2+3+3)**

**Esercizio 2.** Per ogni  $t \in \mathbb{R}$  parametro reale, si consideri l'applicazione  $F(t) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$   
 $F(x, y, z) = (t(t+1)x^2 - tz + x, tz, t^3x)$ .

- Dire per quali valori di  $t$   $F(t)$  è lineare

*Per i valori di  $t$  del punto a):*

- Scrivere la matrice associata  $A(t)$  ad  $F(t)$ ;
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $F(t)$ ;
- Calcolarne autovalori e autovettori;
- Dire se  $A(t)$  è diagonalizzabile sui reali.

**Punti (3+3+4+4+4)**

**Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001**

*Prova scritta del 28.9.2001 Modulo 2*

**Esercizio 1.** Sia  $OXY$  un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale del piano  $S_2$  della geometria euclidea. Si consideri al variare di  $t \in \mathbb{R}$ , la conica  $E_t$  di equazioni:

$$2tXY + X^2 - t^2Y^2 = X - tY$$

Dire per quali valori di  $t$  :

- a)  $E_t$  è una parabola.
- b)  $E_t$  è un'ellisse.
- c)  $E_t$  è un'iperbole.

**Punti (4+3+3)**

**Esercizio 2.** Si considerino le seguenti matrici :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dire per quali valori di  $t$ :

- a) Dire se  $A$  è simile a  $B$ .
- b) Dire se  $A$  è simile a  $C$ .
- c) Dire se  $A$  è congrua a  $B$ .
- d) Dire se  $A + B$  è congrua a  $C + {}^tC$ .

**Punti (3+3+3+3)**

**Esercizio 3.** Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^3$

- a)  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^3 + z = 1\}$
- b)  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 = 1\}$
- c)  $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + z^2 = 1\}$
- d)  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - \sin(z) > 1\}$ .

*Dire quali delle precedenti insiemi è nella topologia usuale:*

- 1) compatto.
- 2) connesso.

**Punti (4+4)**

Risultati

Nome:

Anno di corso:

**ESERCIZIO 1**

- a) equazione  $C$  :
- b) equazione  $D$  :
- a) equazione ellissi:
- d) (crocettare) SI o NO

**ESERCIZIO 2**

- 1. a)
- b)  $A(t) =$
  
- c)  $\dim Ker =$                        $\dim Im =$
  
- d) autovalori  
  
autovettori
  
- e) valori di  $t \in \mathbb{R}$  per cui  $A(t)$  diagonalizzabile :

**Corso di Geometria 1 -a. a. 2000-01 Prova scritta 28.9.2001 modulo 2**

Risultati

Nome:

Anno di corso

**ESERCIZIO 1**

- a) parabola.
- b) ellisse.
- c) iperbole.

**ESERCIZIO 2**

croettare V= vero F= falso

- a) V        F
- b) V        F
- c) V        F
- d) V        F

**ESERCIZIO 3 (croettare)**

- a) Compatti :  $A, B, C, D$ .
- b) Connessi :  $A, B, C, D$ .