
Trasformata di Fourier Discreta

1. Sia $f(t) = \sin(t)(\cos(2t) + 2\cos^2(t))$. Per $N = 2^8$ calcolare i coefficienti c_{-3}, \dots, c_3 della serie di Fourier. È possibile che c_1 e c_2 si annullino? (Motivare la risposta).

2. Sia $f(t) = \sin(1.25t)$ Calcolare i coefficienti c_0, \dots, c_3 e tracciare un grafico qualitativo di $|c_n|$. Tracciare un grafico qualitativo del polinomio trigonometrico (serie di Fourier troncata)

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^k c_n e^{int}$$

per alcuni valori significativi di k (motivando la scelta). Discutere il comportamento di S_k negli estremi dell'intervallo $(0, 2\pi)$.

3. Sia $f : (0, 2\pi) \rightarrow [1, 2]$ e sia $Y = \text{fft}(f)$ il vettore MATLAB. È corretto aspettarsi che $Y(1) \geq 1$? (Motivare la risposta).

4. Si consideri in MATLAB il segnale $f(t) = \sin(4 * t) + 0.2 * \text{randn}(\text{size}(t))$. Filtrare il segnale con diverse frequenze massime e riportare i grafici del segnale filtrato.

5. Sia $f : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$. Determinare un valore minimo di k in modo che per $N = 2^k$ sia possa calcolare con MATLAB il coefficiente di Fourier c_{27} .

6. Sia $f(t) = (t + 0.01)^{-1/2}$. Calcolare con MATLAB la trasformata discreta di Fourier e valutare l'ordine di grandezza dei coefficienti $|c_n|$. Verificare se i c_n sono reali, immaginari puri o nessuna delle due e motivare la risposta.

7. Sia $f(t) = t^2 \cos(t^3)$. Calcolare con la fft

$$\int_0^{2\pi} f(t) dt.$$

8. Sia $f(t) = t^3$. Fissare $N = 2^8$. Calcolare la serie troncata

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^k c_n e^{int}$$

per diversi valori di k . Tracciare un grafico qualitativo e discutere il comportamento negli estremi dell'intervallo.

9. Sia $f : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $Y = \text{fft}(f)$ il vettore MATLAB. È corretto aspettarsi che $Y(N) = \bar{Y}(2)$? (Motivare la risposta). Quando è possibile che $Y(N) = -Y(2)$?

10. Sia $f(t) = 1 + \cos(4t)$ e sia $Y = \text{fft}(f)$ il vettore MATLAB. Per $\tau \in \mathbb{R}$ sia $f_\tau(t) = \cos(4t + \tau)$ e sia $Y_\tau = \text{fft}(f_\tau)$ il vettore MATLAB. È corretto aspettarsi che $Y(1) = Y_\tau(1)$ per ogni scelta di τ ? È corretto aspettarsi che $Y_\tau(4) \in \mathbb{R}$ per ogni scelta di τ ? (Motivare le risposte).