
Funzioni: grafici e proprietà fondamentali

1. Tracciare un grafico qualitativa delle funzioni

$$f(x) = 2e^{x-2}, \quad g(x) = |\ln(2x)|, \quad h(x) = \max\{x, x^2\}.$$

2. Tracciare un grafico qualitativo della funzione $k : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, data da $k(x) = \min\{x^a, x^b\}$ per $a, b \in \mathbb{R}$ con $b < 0 < a$ distinguendo i casi $a < 1$, $a = 1$ e $a > 1$.

3. Calcolare il periodo delle funzioni $3 \sin(5x)$, $|\sin(x)|$ e $\sin^2(\pi x)$.

4. Stabilire se le seguenti implicazioni sono vere o false:

- (a) se f è monotona allora f è invertibile,
- (b) se f è pari allora f è monotona,
- (c) se f è pari allora f^2 è pari,
- (d) se f è pari allora f^3 è dispari,
- (e) se f è convessa allora $g(x) = -f(x)$ è convessa,
- (f) se f è limitata allora f è periodica,
- (g) se f è periodica allora f è limitata,
- (h) se f è convessa allora $g(x) = f(-x)$ è convessa,
- (i) se f è monotona crescente allora $g(x) = -f(-x)$ è monotona crescente,
- (j) se f e g sono convesse allora $h = f + g$ è convessa,
- (k) se f è limitata allora $g = \sin \circ f$ è limitata,
- (l) se $g = \sin \circ f$ è limitata allora f è limitata.

5. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è convessa allora $g(x) = f(-x)$, $h(x) = f(x+2)$ e $k(x) = f(2x)$ sono ancora convesse?

6. Risolvere (in \mathbb{R}) le disequazioni $\frac{3x+1}{x^2+2x+1} > 1$, $\ln(3x+6) < 2$ e $\sin(x) \geq 1/2$.

A. Tracciare un grafico delle funzioni a^x , $\log_b(x)$, x^a con $a \in \mathbb{R}$ e $a \in \mathbb{Z}$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\arctan(x)$, $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$ e stabilire se sono: iniettive, suriettive, pari, dispari, limitate, monotone, convesse, periodiche.