## ESERCITAZIONI DI ANALISI 1

1. **Calcolare la somma delle seguenti serie.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+7},$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} 3^{2-\frac{n}{2}},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \quad 2^{n+2}}{3^{n+1}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{e^{2n}},$$

2. **Studiare il carattere delle seguenti serie.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+1}{5^n+5},$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3-n}},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}\arctan(2n)+n^2}{n^{\frac{1}{3}}+(n^3+3)^2},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5e^{-\frac{1}{n}}+3n^5}{6n^6+5\sqrt{n}},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+\ln(n)}{(n+\cos(n))^5},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}+7}.$$

3. **Determinare per quali valori del parametro $\mu \geq 0$ la seguente serie risulta convergente.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n^{\frac{1}{2}}-3^n}{\mu^{n+1}+3n^3}.$$

4. **Determinare per quali valori del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ la seguente serie risulta convergente.**

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{n^{3+\mu}}.$$

5. **Studiare il carattere delle seguenti serie (*).**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{n^5}+1\right)}{n^2 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n^6+1}\ \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)}{n+10000} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{3n},$$

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{n\ 2^n}{e^{\frac{n}{2}}},$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{11}{12}\right)^n n^5,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n.$$

6. **Siano $(a_n)$ e $(b_n)$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:**

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \qquad \text{converge.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \qquad \text{diverge.}$$

$$\text{Se } a_n \approx 1/n, \qquad \text{allora} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \qquad \text{diverge.}$$

$$\text{Se } a_n \approx 1/n^2, \qquad \text{allora} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \qquad \text{converge.}$$

7. **Si consideri la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$, dove $(a_n)$ é una successione infinitesima. Stabilire quale, tra le seguenti, é condizione sufficiente affinché la serie converga:**

- $a_n$ é negativa.
- $a_n$ é positiva
- $a_n$ é limitata.
- $a_n$ é monotona decrescente.

8. **Sia $(a_n)$ una successione tale che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converga. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:**

- $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+1)$ converge.
- $\sum_{n=1}^{\infty} -a_n$ diverge.
- $\sum_{n=1}^{\infty} 2a_n$ converge.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge.