

1. (3 punti)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(8x^2)}{x \ln(1-x)} + \frac{e^{8x^3} - 1}{x \sin(8x)} + 8 \cos(\pi + \arctan(8x)) \right) = \boxed{-16}$

2. (2 punti)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x^{18} e^{-18x} - \ln(e^{18} + 18e^{-x^2}) + \frac{x + 18x^3 + 18x^6}{2x^6 + x^4 + 18} \right) = \boxed{-9}$

3. (3 punti) Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = 3x\sqrt{|x|} + x \arctan(3|x|)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .

Quali delle seguenti proprietà ha la funzione  $f$  in tutto  $\mathbf{R}$  ?

A)  $f$  è continua; B)  $f$  è derivabile; C)  $f$  è periodica; D)  $f$  è limitata inferiormente;

E)  $f$  è limitata superiormente; F)  $f$  è dispari; G)  $f$  è pari; H)  $f$  è monotona.

(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate tutte e sole le proprietà che ha effettivamente la funzione  $f$ , fra quelle riportate qui sopra)

$A - B - F - H$

4. (4 punti) Si consideri la successione  $\{a_n\}$  definita da:  $a_{2m} = (-1)^m m^5 e^{-5m}$ ,  $\forall m \in \mathbf{N}$ ;

$a_{2m+1} = e^{5a_{2m}}$ ,  $\forall m \in \mathbf{N}$ . Si consideri inoltre la successione  $\{b_k\}$  definita da  $b_k = a_{3k}$ ,  $\forall k \in \mathbf{N}$ .

Quali delle seguenti proprietà ha la successione  $\{b_k\}$  ?

A)  $\{b_k\}$  è monotona; B)  $\{b_k\}$  non è limitata; C)  $\{b_k\}$  è limitata; D)  $\{b_k\}$  ha una sottosuccessione convergente a 1; E)  $\{b_k\}$  è oscillante; F)  $\{b_k\}$  ha una sottosuccessione divergente a  $+\infty$ ; G)  $\lim_{k \rightarrow +\infty} b_k = e^5$ ; H)  $\{b_k\}$  ha una sottosuccessione convergente a 0.

(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate tutte e sole le proprietà che ha effettivamente la successione  $\{b_k\}$ , fra quelle riportate qui sopra)

$C - D - E - H$

5. (2 punti) Sia  $f(x) = (e^3 + 4x^6)^{(\sin(4x) + \arctan x)}$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Allora  $f'(0)$  vale  $\boxed{15}$

6. (2 punti) Quante sono le radici distinte in  $\mathbf{C}$  dell'equazione algebrica

$(z^{16} - 1)(z^2 - z)(z^3 + 16) = 0$  ?  $\boxed{20}$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. (3 punti) Sia  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la soluzione del problema di Cauchy :

$$y''(t) + 8y'(t) = -8, \forall t \in \mathbb{R}; y(0) = 1, y'(0) = -9$$

Allora  $8y(2) + y'(2)$  vale

$-17$

8. (2 punti) Sia  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , la soluzione del problema di Cauchy :

$$u'(x) + 7u(x) = 2xe^{-7x}, \forall x \in \mathbb{R}; u(0) = 0$$

Allora  $\ln\left(\frac{u(2)}{4}\right)$  vale

$-1/4$

9. (3 punti) Sia  $I = \int_0^1 \left( 3x \cos(\pi x) - \frac{2}{\pi^2} + 3 \sin(2\pi x) \right) dx$

Allora  $\pi^2 I$  vale

$-8$

10. (4 punti) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione **periodica**, di **periodo**  $T = 2$ , definita da :

$$f(x) = 5x^2, \forall x \in [-1, 1[ \quad \text{Sia inoltre } I = \int_{-3}^3 f(x) dx$$

Allora  $I + f'_-(27) - f'_+(-27)$  vale

$30$

11. (2 punti) Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da :  $g(x) = 4(x+1)^2, \forall x \leq 0; g(x) = 4(x+1)^{-2}, \forall x > 0$

Sia  $J = \int_{-2}^{+\infty} g(x) dx$  Allora  $3J$  vale

$20$

12. (2 punti) Sia  $f(x) = 6 + x^4 e^{6x}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Sia  $x_M$  l'unico punto di **massimo** relativo della funzione  $f$ ; sia  $x_m$  l'unico punto di **minimo** relativo della funzione  $f$

Allora  $\frac{8}{x_M} - f(x_m)$  vale

$-18$

- Per ciascuna delle 12 domande : 2 punti o 3 punti o 4 punti, come specificato nel testo, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 16 punti.
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**