Metodi Matematici per l'Ingegneria - 06/07/2012

1-OT. Sia $\mathbf{x}_k$ convergente a $\mathbf{x}^*$.

1. Fornire la definizione di convergenza superlineare e quadratica.
2. Enunciare le condizioni sufficienti per un minimo relativo.
3. Se le iterate sono generate dal metodo di Newton e dal metodo quasi-newton $bfgs$ e risultano convergenti ad un minimo, verificante le condizioni sufficienti, quale tipo di velocità di convergenza si osserva?

2-OT. Data $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{6}x_1^6 \; + \; x_2^2$ sia $\mathbf{x}_k = (0,1)^T$ l'iterata al passo k-esimo.

1. Determinare lo step δ_k di Newton, verificare che risulta una direzione di discesa e calcolare l'aggiornamento $\mathbf{x}_{k+1}(\alpha) = \mathbf{x}_k + \alpha\delta_k$.
2. Con i dati del punto precedente si scriva la regola di Armijo e si verifichi per quali valori della percentuale di riduzione ρ (che compare nella regola di Armijo) risulta accettabile lo step $\alpha = 1$.

3-OT. Si consideri il programma quasi_newton.m per la ricerca di minimi di funzioni 1D. Lo si adoperi per la ricerca dei minimi relativi della funzione $f(x) = x^4 - x^3 - 5.25 * x^2 + 4.5 * x + 20$.

1. Utilizzando il programma trust_min.m scegliere (anche sulla base del programma grafico.m) il punto iniziale in modo da determinare il valore di tutti i minimi e massimi relativi.
2. Con quale velocità di convergenza l'algoritmo determina minimi e massimi relativi?

1-TD. Sia $f(t) = 2\sin^2(t/2)\cos(t) + \sin^2(t)$. Tracciare un grafico di f. Tracciare i grafici di $|c_i|$, $Re(c_i)$ e $Im(c_i)$. Commentare i risultati.

2-TD. Sia $f(x) = \frac{1}{1+x}$. Tracciare un grafico qualitativo del polinomio trigonometrico (serie di Fourier troncata)

$$S_k(t) = \sum_{n=-k}^{k} c_n e^{int}$$

per $k = 1, 5, 15, 50, 75$. Discutere il comportamento di S_k.