nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto nello stesso solvente, di cui la prima è concentrata al 12% e la seconda al 18%. Mescolando una quantità incognita x della prima e 24 Kg della seconda si ottiene una soluzione al 14%. Calcolare la quantità incognita x , espressa in Kg e approssimata per difetto alla prima cifra decimale.

$$x = 48 \text{ Kg}$$

Esercizio 2. (Punti 6) Sono date le funzioni $f(x) = \ln x$ e $g(x) = \frac{1}{e^{-x+2}}$.

- Scrivere il valore della funzione g nel punto $x = 2$: $g(2) = 1$
- Determinare il campo di esistenza della funzione g : $\mathbb{R}$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione g nel punto $x = 2$:
 $y = x - 1$
- Scrivere l'espressione analitica di $f \circ g$: $(f \circ g)(x) = x - 2$
- Scrivere l'espressione analitica di $g \circ f$: $(g \circ f)(x) = e^{-2}e^{\ln x}$
- Calcolare la derivata di $f \circ g$: $(f \circ g)'(x) = 1$

Esercizio 3. (Punti 8) È data la funzione

$$f(x) = (16x^2 - 40x + 25)e^{2x-1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f .
campo di esistenza: $\mathbb{R}$
- Calcolare la derivata di f .
 $f'(x) = (32x^2 - 48x + 10)e^{2x-1}$
- Studiare la monotonia di f .
crescente in: $(-\infty, \frac{1}{4})$ e in $(\frac{5}{4}, +\infty)$
decrescente in: $(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$
- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 1]$.
risposta: $(1, e)$ minimo assoluto, $(\frac{1}{4}, 16e^{-\frac{1}{2}})$ massimo assoluto

Esercizio 4. (Punti 5) In una coltura batterica sono presenti inizialmente 10^4 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 5 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 45 ore?

risposta: $2^9 \cdot 10^4$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 200% della quantità iniziale?

risposta: 5 ore

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 300% della quantità iniziale?

risposta: $5 \log_2 3$ ore

Esercizio 5. (Punti 5) È noto che un certo tipo di dati si distribuisce secondo una gaussiana di media $\mu = 2$ e scarto quadratico medio $\sigma = 2$. Servendosi della tabella allegata, calcolare:

- la percentuale di dati che si trovano nell'intervallo $[0, 4]$: 68.26%
- la percentuale di dati che si trovano fuori dall'intervallo $[0, 4.8]$: 23.95%
- la percentuale di dati minori di 6.4: 98.61%
- la percentuale di dati uguali a 3: 0%

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007