

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

**Esercizio 1. (Punti 8)** È data la funzione

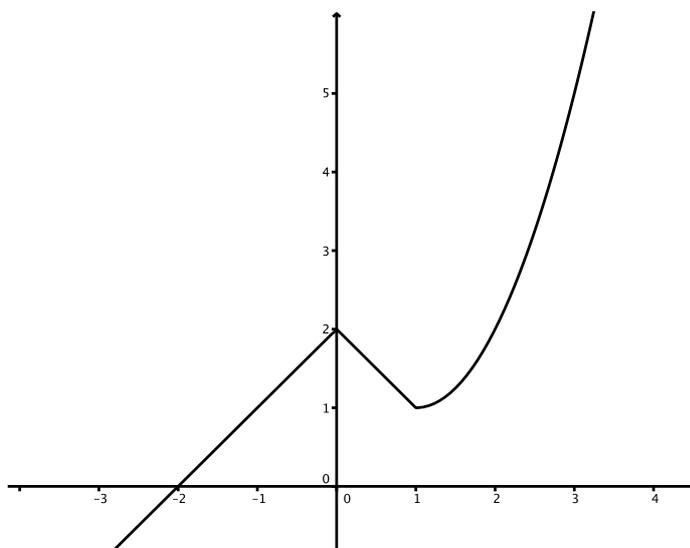
$$f(x) = \begin{cases} 2 - |x| & \text{per } x \leq 1, \\ x^2 - 2x + a & \text{per } x > 1. \end{cases}$$

- Determinare il valore del parametro  $a \in \mathbb{R}$  in modo che la funzione  $f$  risulti continua nel punto  $x = 1$ .

$$a = 2$$

- Per tale valore di  $a$ , disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

grafico:



- Sempre per il valore di  $a$  che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo **assoluti** di  $f$  nell'intervallo  $[-1, 4]$ .

*risposta:* c'è un unico punto di massimo assoluto, di ascissa  $x = 4$  e ordinata  $y = 10$ ; ci sono due punti di minimo assoluto, di ascissa  $x = -1$  e  $x = 1$  e di ordinata  $y = 1$ .

**Esercizio 2. (Punti 4)** In una coltura batterica sono presenti inizialmente  $N_0$  batteri. Il loro numero raddoppia ogni 6 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

*risposta:*  $16 N_0$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 400% della quantità iniziale?

*risposta:* 12 ore

**Esercizio 3. (Punti 4)** In una popolazione il 10% degli individui ha meno di 5 anni (età  $\leq 5$ ) e il 90% ha più di 5 anni (età  $> 5$ ). Sapendo che l'influenza ha avuto una prevalenza del 20% presso i soggetti di età  $\leq 5$  e del 4% presso i soggetti di età  $> 5$ , calcolare la prevalenza dell'influenza sul totale della popolazione. (Si ricorda che la prevalenza di una malattia è la percentuale di malati sull'intera popolazione).

*risposta:* 5.6%

Scrivere il risultato in percentuale arrotondato alla prima cifra decimale.

---

**Esercizio 4. (Punti 7)** In tabella sono riportati i dati relativi al tempo di vita  $X$ , espresso in giorni, di una popolazione di farfalle, misurati su un campione di 100 farfalle.

$X_i$ (giorni)	10	11	12
$f_i$ (frequenza assoluta)	20	50	30

- Calcolare la media e la varianza.

*media:*  $\bar{X} = 11.1$  giorni

*varianza:*  $s^2 = 0.49$  giorni<sup>2</sup>

- Come cambiano media e varianza misurando il tempo di vita in ore?

*media:*  $\bar{X} = 266.4$  ore

*varianza:*  $s^2 = 282.24$  ore<sup>2</sup>

Svolgere i calcoli e scrivere il risultato finale con almeno due cifre decimali.

---

**Esercizio 5. (Punti 5)** Sono date le funzioni  $f(x) = 3 \ln(2x - 5)$  e  $g(x) = 1 - x$ .

- Determinare l'espressione della funzione composta  $(f \circ g)(x) = 3 \ln(-2x - 3)$
- Determinare il campo di esistenza di  $f \circ g$ :  $(-\infty, -\frac{3}{2})$
- Calcolare la derivata della funzione  $f$ :  $f'(x) = \frac{6}{2x-5}$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = 3$ :  $y = 6x - 18$
- Trovare i valori di  $x$  per cui si ha che  $f(x) < 0$ :  $\frac{5}{2} < x < 3$