

nome e cognome:

matricola

GALENO ○ IPPOCRATE ○

VECCHI ORDINAMENTI ○

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 8) È data la funzione

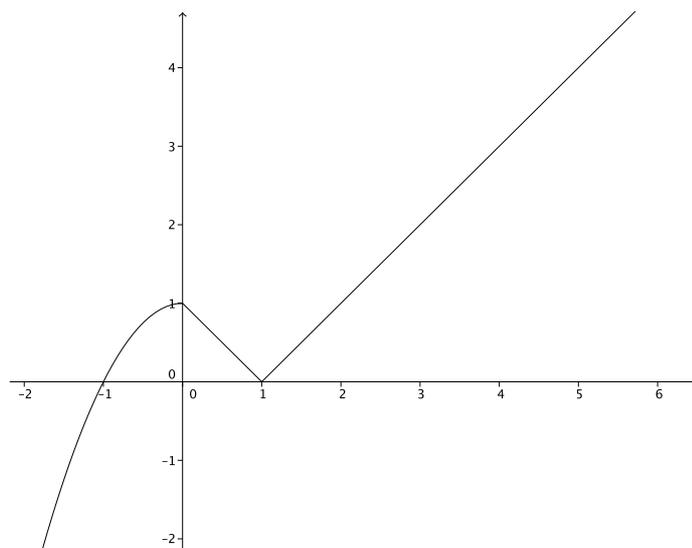
$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{per } x \leq 0, \\ |x - 1| & \text{per } x > 0. \end{cases}$$

- Determinare il valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione f risulti continua nel punto $x = 0$.

$$a = 1$$

- Per tale valore di a , disegnare un grafico qualitativo di f .

grafico:



- Sempre per il valore di a che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo **assoluti** di f nell'intervallo $[-1, 4]$.

risposta: c'è un unico punto di massimo assoluto, di ascissa $x = 4$ e ordinata $y = 3$.
Ci sono due punti di minimo assoluto, di ascissa $x = -1$ e $x = 1$ e di ordinata $y = 0$.

Esercizio 2. (Punti 4) In una coltura batterica sono presenti inizialmente N_0 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 4 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

risposta: $64 N_0$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 400% della quantità iniziale?

risposta: 8 ore

Esercizio 3. (Punti 4) In una popolazione il 20% degli individui ha meno di 10 anni (età ≤ 10) e l'80% ha più di 10 anni (età > 10). Sapendo che l'influenza ha avuto una prevalenza del 10% presso i soggetti di età ≤ 10 e del 2% presso i soggetti di età > 10 , calcolare la prevalenza dell'influenza sul totale della popolazione. (Si ricorda che la prevalenza di una malattia è la percentuale di malati sull'intera popolazione).

risposta: 3.6%

Scrivere il risultato in percentuale arrotondato alla prima cifra decimale.

Esercizio 4. (Punti 7) In tabella sono riportati i dati relativi al tempo di vita X , espresso in anni, di una popolazione di conigli, misurati su un campione di 100 conigli.

X_i (anni)	4	5	6
f_i (frequenza assoluta)	20	50	30

- Calcolare la media e la varianza.

media: $\bar{X} = 5.1$ anni

varianza: $s^2 = 0.49$ anni²

- Come cambiano media e varianza misurando il tempo di vita in mesi?

media: $\bar{X} = 61.2$ mesi

varianza: $s^2 = 70.56$ mesi²

Svolgere i calcoli e scrivere il risultato finale con almeno due cifre decimali.

Esercizio 5. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = 2 \ln(3x - 5)$ e $g(x) = 1 - x$.

- Determinare l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = 2 \ln(-3x - 2)$
- Determinare il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\frac{2}{3})$
- Calcolare la derivata della funzione f : $f'(x) = \frac{6}{3x-5}$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = 6x - 12$
- Trovare i valori di x per cui si ha che $f(x) < 0$: $\frac{5}{3} < x < 2$