nome e cognome: matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 4) È data una soluzione $\mathcal{S}$ del peso complessivo di 20 Kg concentrata al 25%.

- Quanto soluto occorre aggiungere a $\mathcal{S}$ per ottenere una nuova soluzione concentrata al 30%?

  Quantità di soluto da aggiungere = 1.4 Kg

- Quanto solvente occorre aggiungere a $\mathcal{S}$ per ottenere una nuova soluzione concentrata al 20%?

  Quantità di solvente da aggiungere = 5 Kg

Esprimere le quantità in Kg, arrotondate alla prima cifra decimale.

Esercizio 2. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{6x^2 + 2}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f. Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

  campo di esistenza: $\mathbb{R}$

  comportamento agli estremi: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$

- Dopo aver calcolato la derivata di f, studiare la monotonia di f.

  derivata: $f'(x) = \frac{-6x^2-4x+2}{(6x^2+2)^2}$

  crescente in: $(-1, \frac{1}{3})$

  decrescente in: $(-\infty, -1)$ e in $(\frac{1}{3}, +\infty)$

  punti stazionari: $x = -1$ e $x = \frac{1}{3}$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-3, 0]$.

  risposta: in $[-3, 0]$ la funzione f assume il massimo assoluto nel punto $x = 0$, in cui vale $f(0) = \frac{1}{2}$, mentre assume il minimo assoluto nel punto $x = -1$, in cui vale $f(-1) = \frac{1}{4}$.

Esercizio 3. (Punti 5) Un dado a sei facce viene lanciato due volte di seguito. Calcolare:

- la probabilità p_1 che la somma dei numeri usciti nei due lanci sia 6;

  $p_1 = \frac{5}{36}$

- la probabilità p_2 che nel primo lancio esca un numero dispari;

  $p_2 = \frac{1}{2}$

- la probabilità p_3 che esca il numero 4 in entrambi i lanci.

  $p_3 = \frac{1}{36}$

Esercizio 4. (Punti 5) Si vuole stimare il peso medio degli abitanti di una certa regione. Su un campione casuale composto da 400 abitanti si osserva che il peso medio è di 83 Kg, con deviazione standard campionaria di 8 Kg. Trovare gli intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 68% per il peso medio della popolazione.

intervallo di confidenza al 95% *:* [82.2 , 83.8]

intervallo di confidenza al 99% *:* [81.96 , 84.04]

intervallo di confidenza al 68% *:* [82.6 , 83.4]

Esercizio 5. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(2x + 3)$ e $g(x) = x^2 - 5$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(2x^2 - 7)$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\sqrt{\frac{7}{2}}) \cup (\sqrt{\frac{7}{2}}, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $\sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 - 5}$
- il campo di esistenza di $\sqrt{g}$: $(-\infty, -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 1$: $y = \frac{2}{5}x - \frac{2}{5} + \ln 5$
- l'area della figura piana $A = \{(x, y) : \ 3 \leq x \leq 4, \ 0 \leq y \leq g(x)\}$: $\frac{22}{3}$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007