
nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 5) Un dado a sei facce viene lanciato due volte di seguito. Calcolare:

- la probabilità p_1 che nei due lanci escano due numeri uguali;

$$p_1 = \frac{1}{6}$$

- la probabilità p_2 che esca il numero 2 in entrambi i lanci;

$$p_2 = \frac{1}{36}$$

- la probabilità p_3 che nel primo lancio esca un numero strettamente minore di 3.

$$p_3 = \frac{1}{3}$$

Esercizio 2. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 5}{x^2 + 3}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: \mathbb{R}

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f .

derivata: $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$

crescente in: $(-1, 3)$

decescente in: $(-\infty, -1)$ e in $(3, +\infty)$

punti stazionari: $x = -1$ e $x = 3$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-2, 2]$.

risposta: in $[-2, 2]$ la funzione f assume il massimo assoluto nel punto $x = 2$, in cui vale $f(2) = \frac{15}{7}$, mentre assume il minimo assoluto nel punto $x = -1$, in cui vale $f(-1) = \frac{3}{2}$.

Esercizio 3. (Punti 5) Si vuole stimare il peso medio degli abitanti di una certa regione. Su un campione casuale composto da 900 abitanti si osserva che il peso medio è di 72 Kg, con deviazione standard campionaria di 6 Kg. Trovare gli intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 68% per il peso medio della popolazione.

intervallo di confidenza al 95%: $[71.6, 72.4]$

intervallo di confidenza al 99%: $[71.48, 72.52]$

intervallo di confidenza al 68%: $[71.8, 72.2]$

Esercizio 4. (Punti 4) È data una soluzione \mathcal{S} del peso complessivo di 10 Kg concentrata al 25%.

- Quanto soluto occorre aggiungere a \mathcal{S} per ottenere una nuova soluzione concentrata al 30%?

Quantità di soluto da aggiungere = 0.7 Kg

- Quanto solvente occorre aggiungere a \mathcal{S} per ottenere una nuova soluzione concentrata al 20%?

Quantità di solvente da aggiungere = 2.5 Kg

Esprimere le quantità in Kg, arrotondate alla prima cifra decimale.

Esercizio 5. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(4x + 3)$ e $g(x) = x^2 - 3$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(4x^2 - 9)$
 - il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$
 - l'espressione della funzione composta $\sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 - 3}$
 - il campo di esistenza di \sqrt{g} : $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$
 - l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = \frac{4}{11}x - \frac{8}{11} + \ln 11$
 - l'area della figura piana $A = \{(x, y) : 2 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq g(x)\}$: $\frac{10}{3}$
-

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
