nome e cognome: matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{3x^2 + 1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f. Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

  campo di esistenza: $\mathbb{R}$

  comportamento agli estremi: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{2}{3}$

- Dopo aver calcolato la derivata di f, studiare la monotonia di f.

  derivata: $f'(x) = \frac{3x^2-2x-1}{(3x^2+1)^2}$

  crescente in: $(-\infty, -\frac{1}{3})$ e in $(1, +\infty)$

  decrescente in: $(-\frac{1}{3}, 1)$

  punti stazionari: $x = -\frac{1}{3}$ e $x = 1$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 3]$.

  risposta: in $[0, 3]$ la funzione f assume il massimo assoluto nel punto $x = 0$, in cui vale $f(0) = 1$, mentre assume il minimo assoluto nel punto $x = 1$, in cui vale $f(1) = \frac{1}{2}$.

Esercizio 2. (Punti 5) Si vuole stimare l'età media di una popolazione di pazienti affetti da una certa malattia. Su un campione casuale composto da 400 pazienti affetti dalla malattia si osserva che l'età media è di 58 anni, con deviazione standard campionaria di 4 anni. Trovare gli intervalli di confidenza al 95%, al 99% e al 68% per l'età media della popolazione di malati.

intervallo di confidenza al 95%*:* [57.6 , 58.4]

intervallo di confidenza al 99%*:* [57.48 , 58.52]

intervallo di confidenza al 68%*:* [57.8 , 58.2]

Esercizio 3. (Punti 4) È data una soluzione $\mathcal{S}$ del peso complessivo di 30 Kg concentrata al 20%.

- Quanto soluto occorre aggiungere a $\mathcal{S}$ per ottenere una nuova soluzione concentrata al 30%?

  Quantità di soluto da aggiungere = 4.3 Kg

- Quanto solvente occorre aggiungere a $\mathcal{S}$ per ottenere una nuova soluzione concentrata al 15%?

  Quantità di solvente da aggiungere = 10 Kg

Esprimere le quantità in Kg, arrotondate alla prima cifra decimale.

Esercizio 4. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(3x-2)$ e $g(x) = x^2 - 2$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(3x^2 - 8)$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\sqrt{\frac{8}{3}}) \cup (\sqrt{\frac{8}{3}}, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $\sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2 - 2}$
- il campo di esistenza di $\sqrt{g}$: $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 3$: $y = \frac{3}{7}x - \frac{9}{7} + \ln 7$
- l'area della figura piana $A = \{(x,y) :\ 2 \leq x \leq 3,\ 0 \leq y \leq g(x)\}$: $\frac{13}{3}$

Esercizio 5. (Punti 5) Un dado a sei facce viene lanciato due volte di seguito. Calcolare:

- la probabilità p_1 che esca il numero 1 nel primo lancio e il numero 2 nel secondo lancio;

  $p_1 = \frac{1}{36}$
- la probabilità p_2 che la somma dei numeri usciti nei due lanci sia 5;

  $p_2 = \frac{1}{9}$
- la probabilità p_3 che nel primo lancio esca un numero strettamente maggiore di 2.

  $p_3 = \frac{2}{3}$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007