
nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 8) È data la funzione

$$f(x) = (16x^2 - 40x + 25)e^{2x-1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f .

campo di esistenza: \mathbb{R}

- Calcolare la derivata di f .

$$f'(x) = (32x^2 - 48x + 10)e^{2x-1}$$

- Studiare la monotonia di f .

crescente in: $(-\infty, \frac{1}{4})$ e in $(\frac{5}{4}, +\infty)$

decrescente in: $(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 1]$.

risposta: $(1, e)$ minimo assoluto, $(\frac{1}{4}, 16e^{-\frac{1}{2}})$ massimo assoluto

Esercizio 2. (Punti 6) Un test diagnostico, corrispondente a una malattia che ha prevalenza del 4%, ha specificità pari al 97%. Quale deve essere la sensibilità del test se si vuole che la probabilità di essere falsi negativi sia pari all'1%? Si ricorda che i falsi negativi sono gli individui malati che hanno il test negativo.

$$\text{sensibilità} = 75\%$$

Calcolare il corrispondente valore predittivo positivo del test (si ricorda che il v.p.p. è la probabilità di essere malati avendo il test positivo).

$$\text{v.p.p.} = 51.02\%$$

Scrivere i risultati in percentuale, arrotondati alla seconda cifra decimale.

Esercizio 3. (Punti 4) In una coltura batterica sono presenti inizialmente 10^4 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 5 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 45 ore?

$$\text{risposta: } 2^9 \cdot 10^4$$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 300% della quantità iniziale?

$$\text{risposta: } 5 \log_2 3 \text{ ore}$$

Esercizio 4. (Punti 5) È noto che un certo tipo di dati si distribuisce secondo una gaussiana di media $\mu = 2$ e scarto quadratico medio $\sigma = 2$. Servendosi della tabella allegata, calcolare:

- la percentuale di dati che si trovano nell'intervallo $[0, 4]$: 68.26%
- la percentuale di dati che si trovano fuori dall'intervallo $[0, 4.8]$: 23.95%
- la percentuale di dati minori di 6.4: 98.61%
- la percentuale di dati uguali a 3: 0%

Esercizio 5. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = \ln x$ e $g(x) = \frac{1}{e^{-x+2}}$.

- Determinare il campo di esistenza della funzione g : \mathbb{R}
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione g nel punto $x = 2$:
 $y = x - 1$
- Scrivere l'espressione analitica di $f \circ g$: $(f \circ g)(x) = x - 2$
- Scrivere l'espressione analitica di $g \circ f$: $(g \circ f)(x) = e^{-2}e^{\ln x}$
- Calcolare la derivata di $f \circ g$: $(f \circ g)'(x) = 1$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007