
nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 6) Un test diagnostico, corrispondente a una malattia che ha prevalenza del 5%, ha specificità pari al 97%. Quale deve essere la sensibilità del test se si vuole che la probabilità di essere falsi negativi sia pari al 2%? Si ricorda che i falsi negativi sono gli individui malati che hanno il test negativo.

$$\text{sensibilità} = 60\%$$

Calcolare il corrispondente valore predittivo positivo del test (si ricorda che il v.p.p. è la probabilità di essere malati avendo il test positivo).

$$\text{v.p.p.} = 51.28\%$$

Scrivere i risultati in percentuale, arrotondati alla seconda cifra decimale.

Esercizio 2. (Punti 4) In una coltura batterica sono presenti inizialmente 10^5 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 3 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

$$\text{risposta: } 2^8 \cdot 10^5$$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 500% della quantità iniziale?

$$\text{risposta: } 3 \log_2 5 \text{ ore}$$

Esercizio 3. (Punti 8) È data la funzione

$$f(x) = (4x^2 - 16x + 13) e^{2x+1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f .

$$\text{campo di esistenza: } \mathbb{R}$$

- Calcolare la derivata di f .

$$f'(x) = (8x^2 - 24x + 10) e^{2x+1}$$

- Studiare la monotonia di f .

$$\text{crescente in: } (-\infty, \frac{1}{2}) \text{ e in } (\frac{5}{2}, +\infty)$$

$$\text{decrescente in: } (\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 2]$.

$$\text{risposta: } (2, -3e^5) \text{ minimo assoluto, } (\frac{1}{2}, 6e^2) \text{ massimo assoluto}$$

Esercizio 4. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = e^{x+2}$ e $g(x) = \frac{1}{\ln x}$.

- Determinare il campo di esistenza della funzione g : $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione f nel punto $x = -2$:
 $y = x + 3$
- Scrivere l'espressione analitica di $f \circ g$: $(f \circ g)(x) = e^2 \cdot e^{\frac{1}{\ln x}}$
- Scrivere l'espressione analitica di $g \circ f$: $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x+2}$
- Calcolare la derivata di $g \circ f$: $(g \circ f)'(x) = -\frac{1}{(x+2)^2}$

Esercizio 5. (Punti 5) È noto che un certo tipo di dati si distribuisce secondo una gaussiana di media $\mu = 3$ e scarto quadratico medio $\sigma = 4$. Servendosi della tabella allegata, calcolare:

- la percentuale di dati che si trovano nell'intervallo $[-1, 7]$: 68.26%
- la percentuale di dati che si trovano fuori dall'intervallo $[-1, 7.8]$: 27.38%
- la percentuale di dati minori di 11: 97.72%
- la percentuale di dati uguali a 7: 0%

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007