nome e cognome: matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 8) È data la funzione

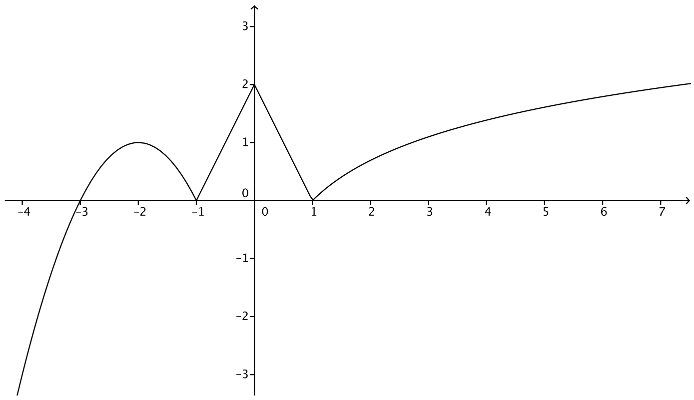
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + a & \text{per } x \leq -1, \\ 2 - 2|x| & \text{per } -1 < x < 1, \\ \ln x & \text{per } x \geq 1. \end{cases}$$

- Determinare il valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione f risulti continua nel punto $x = -1$.

  $a = -3$

- Per tale valore di a, disegnare un grafico qualitativo di f.

  grafico:



- Sempre per il valore di a che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo **assoluti** di f nell'intervallo $[-4, 0]$.

  risposta: c'è un unico punto di massimo assoluto di ascissa $x = 0$ e ordinata $y = 2$. C'è un unico punto di minimo assoluto di ascissa $x = -4$ e ordinata $y = -3$.

Esercizio 2. (Punti 4) Una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 4$ e deviazione standard $\sigma = 3$. Utilizzando la tabella allegata, determinare:

- la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[-0.2, 5.8]$: 64.49%
- la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[2.2, 5.8]$: 54.86%
- la percentuale di dati minori di 7: 84.13%

Esercizio 3. (Punti 4) Data la funzione $y = \sqrt[4]{3x^{-5}}$, indicare le coordinate logaritmiche (log-log o semi-log) in cui tale funzione viene rappresentata da una retta. Scrivere poi il coefficiente angolare di tale retta e l'ordinata del punto su tale retta che ha ascissa $X = 0$.

coordinate: log-log

coefficiente angolare: $-\frac{5}{4}$ *ordinata del punto:* $\frac{1}{4}\log_{10} 3$

Nota bene: lasciare i logaritmi indicati, cioè non approssimarli in forma decimale.

Esercizio 4. (Punti 7) Sono date le funzioni $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ e $g(x) = \frac{1}{2x} + 1$. Calcolare:

- il campo di esistenza di f: $-1 \leq x \leq 1$
- la derivata di f: $f'(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$
- il coefficiente angolare della retta tangente al grafico di f nel punto $x = \frac{1}{2}$: $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
- l'espressione della funzione composta $g \circ f$: $(g \circ f)(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{1-x^2}} + 1$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $-1 < x < 1$
- $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{-3x^3 + 2x - 1}{2x^2 + 1} = -\infty$
- $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{-3x^3 + 2x - 1}{2x^2 + 1} = -\frac{2}{3}$

Esercizio 5. (Punti 5) Una popolazione è costituita dal 60% di donne e dal 40% di uomini. Una certa malattia ha una prevalenza del 2% sulla popolazione femminile e del 4% sulla popolazione maschile. Calcolare la prevalenza della malattia su tutta la popolazione.

prevalenza = 2.8%

Usando la formula di Bayes, calcolare la probabilità che un individuo malato sia maschio.

probabilità di essere maschio a condizione di essere malato = 57.14%

Nota bene: scrivere i risultati in forma percentuale arrotondati alla seconda cifra decimale.

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007