nome e cognome: matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 4) Un test diagnostico con sensibilità del 90% e specificità dell'85% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Determinare la prevalenza di tale malattia sapendo che il valore predittivo positivo del test è $\frac{3}{4}$ (si ricorda che il valore predittivo positivo è la probabilità di essere malati avendo il test positivo). Scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi.

prevalenza: $\dfrac{1}{3}$

Esercizio 2. (Punti 6) Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi all'altezza (espressa in cm) di un campione di 600 individui appartenenti a una certa popolazione. Si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe.

altezza h in cm	f_i
$155 \le h < 165$	50
$165 \le h < 175$	200
$175 \le h < 185$	140
$185 \le h < 195$	150
$195 \le h < 205$	60

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana. Esprimere i risultati arrotondati alla prima cifra decimale.

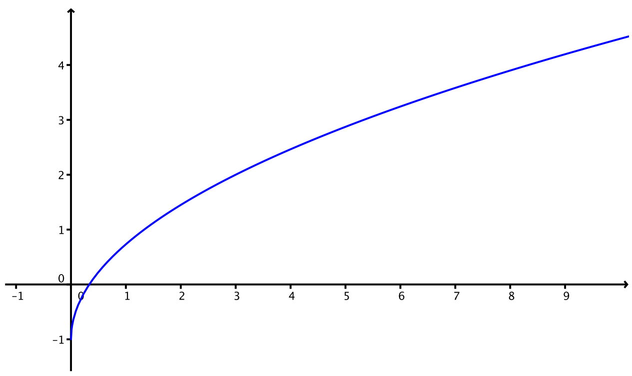
media: 179.5   *mediana:* 178.6

Esercizio 3. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = \sqrt{3x} - 1$ e $g(x) = 2 - x^2$.
Determinare:

- il campo di esistenza di f: $[0, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \sqrt{6 - 3x^2} - 1$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 3$: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

Disegnare un grafico qualitativo della funzione f.

grafico:



Esercizio 4. (Punti 5) Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semi-logaritmiche o doppiamente logaritmiche), scrivere l'equazione della retta corrispondente alla funzione $y = 3^{2x-5}$.

coordinate: semi-log

equazione della retta: $Y = 2(\log_{10} 3)X - 5\log_{10} 3$

Determinare la funzione che in tali coordinate corrisponde alla retta $Y = -4X + 7$.

funzione: $y = \dfrac{10^7}{10^{4x}}$

Esercizio 5. (Punti 8) È data la funzione

$$f(x) = e^{2x^3+9x^2+12x-1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f. Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

  campo di esistenza: $\mathbb{R}$

  comportamento agli estremi: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f, studiare la monotonia di f.

  derivata: $f'(x) = 6e^{2x^3+9x^2+12x-1}(x^2 + 3x + 2)$

  f crescente in: $(-\infty, -2)$ e in $(-1, +\infty)$

  f decrescente in: $(-2, -1)$

  punti stazionari: $x = -2$ e $x = -1$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-3, 0]$.

  risposta: in $[-3, 0]$ la funzione assume il suo massimo assoluto nel punto $x = 0$, in cui vale $f(0) = e^{-1}$, mentre assume il suo minimo assoluto nel punto $x = -3$, in cui vale $f(-3) = e^{-10}$.

Nota: lasciare gli esponenziali indicati, cioè non approssimarli in forma decimale.