Matematica con Elementi di Statistica – CTF Pavia 24.02.2014

nome e cognome: matricola:

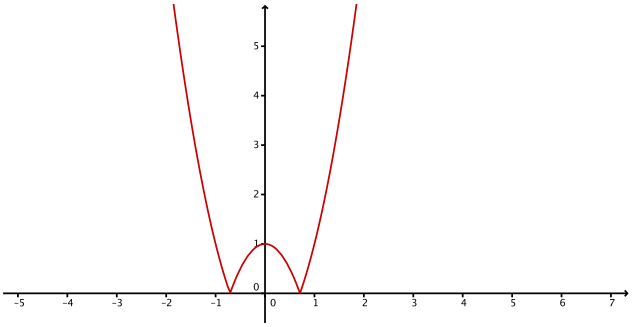
Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = \sqrt{2x} + 1$ e $g(x) = 2x^2 - 1$. Determinare:

- il campo di esistenza di f: $[0, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \sqrt{4x^2 - 2} + 1$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{2}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 8$: $y = \frac{1}{4}x + 3$

Disegnare un grafico qualitativo della funzione $y = |g(x)|$.

grafico:



Esercizio 2. (Punti 4) Un test diagnostico con sensibilità dell'80% e specificità del 90% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Determinare la prevalenza di tale malattia sapendo che il valore predittivo positivo del test è $\frac{3}{5}$ (si ricorda che il valore predittivo positivo è la probabilità di essere malati avendo il test positivo). Scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi.

prevalenza: $\dfrac{3}{19}$

Esercizio 3. (Punti 6) Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi al peso (espresso in Kg) di un campione di 400 individui appartenenti a una certa popolazione. Si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe.

peso p in Kg	f_i
$40 \le p < 50$	40
$50 \le p < 60$	120
$60 \le p < 70$	150
$70 \le p < 80$	80
$80 \le p < 90$	10

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana. Esprimere i risultati arrotondati alla prima cifra decimale.

media: 62.5 *mediana:* 62.7

Esercizio 4. (Punti 8) È data la funzione

$$f(x) = e^{-x^3+3x^2+24x-3}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f. Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

  campo di esistenza: $\mathbb{R}$

  comportamento agli estremi: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f, studiare la monotonia di f.

  derivata: $f'(x) = 3e^{-x^3+3x^2+24x-3}(-x^2+2x+8)$

  f crescente in: $(-2, 4)$

  f decrescente in: $(-\infty, -2)$ e in $(4, +\infty)$

  punti stazionari: $x = -2$ e $x = 4$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-3, 1]$.

  risposta: in $[-3, 1]$ la funzione assume il suo massimo assoluto nel punto $x = 1$, in cui vale $f(1) = e^{23}$, mentre assume il suo minimo assoluto nel punto $x = -2$, in cui vale $f(-2) = e^{-31}$.

Nota: lasciare gli esponenziali indicati, cioè non approssimarli in forma decimale.

Esercizio 5. (Punti 5) Scegliendo le coordinate logaritmiche opportune (semi-logaritmiche o doppiamente logaritmiche), scrivere l'equazione della retta corrispondente alla funzione $y = 4^{-3x+2}$.

coordinate: semi-log

equazione della retta: $Y = -3(\log_{10} 4)X + 2\log_{10} 4$

Determinare la funzione che in tali coordinate corrisponde alla retta $Y = 3X - 2$.

funzione: $y = \dfrac{1000^x}{100}$