

nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 7) Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi all'età (espressa in anni) di un campione di 400 individui appartenenti a una certa popolazione. Si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe.

età x in anni	f_i
$40 \leq x < 50$	85
$50 \leq x < 60$	110
$60 \leq x < 70$	130
$70 \leq x < 80$	75
	400

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare il primo quartile. (Arrotondare i risultati alla seconda cifra decimale).

media: 59.88*primo quartile:* 51.36

Calcolare la percentuale di individui su tutta la popolazione aventi età minore di 50 anni.

percentuale: 21.25%

Esercizio 2. (Punti 4) È data la retta di equazione $Y = -2X + 3$.

- Determinare la funzione che in coordinate doppiamente logaritmiche corrisponde alla retta data.

funzione: $y = \frac{1000}{x^2}$

- Determinare la funzione che in coordinate semilogaritmiche corrisponde alla retta data.

funzione: $y = \frac{1000}{100^x}$

Esercizio 3. (Punti 4) Un'urna contiene 6 palline bianche e 4 palline nere. Si effettuano due estrazioni con la seguente modalità: se alla prima estrazione esce una pallina bianca, la si rimette nell'urna prima di procedere alla seconda estrazione; se invece alla prima estrazione esce una pallina nera, si effettua direttamente la seconda estrazione senza rimettere la pallina nell'urna.

Rappresentando le estrazioni con un grafo ad albero, calcolare:

- la probabilità che le palline estratte siano tutte e due nere:

risposta: $\frac{2}{15}$

- la probabilità che le palline estratte (in ordine qualunque) siano una nera e una bianca:

risposta: $\frac{38}{75}$

Esercizio 4. (Punti 7) Sono date le funzioni $f(x) = 1 - x + \ln(x + 1)$ e $g(x) = \sqrt{2x + 1}$.

- Determinare il campo di esistenza di f e di g .

campo di esistenza di f : $x > -1$

campo di esistenza di g : $x \geq -\frac{1}{2}$

- Calcolare la derivata della funzione f .

$$f'(x) = -1 + \frac{1}{x+1}$$

- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 0$.

equazione della retta: $y = 1$

- Scrivere l'espressione analitica della funzione composta $f \circ g$.

$$(f \circ g)(x) = 1 - \sqrt{2x + 1} + \ln(\sqrt{2x + 1} + 1)$$

- Determinare il campo di esistenza della funzione composta $f \circ g$.

campo di esistenza di $f \circ g$: $x \geq -\frac{1}{2}$

- Trovare i valori di x per cui si ha $g(x) < 1$.

risposta: $-\frac{1}{2} \leq x < 0$

Esercizio 5. (Punti 6) È data la funzione $f(x) = ae^{bx}$, dove $a, b \in \mathbb{R}$ sono due parametri.

- Determinare i valori di a e b in modo che il grafico di f passi per i punti di coordinate $(0, 2)$ e $(3, 2e^{-3})$.

$$a = 2$$

$$b = -1$$

- Per i valori di a e b trovati, scrivere l'espressione analitica della funzione inversa di f e determinarne il campo di esistenza.

$$f^{-1}(y) = -\ln y + \ln 2$$

campo di esistenza di f^{-1} : $y > 0$

- Per i valori di a e b trovati, disegnare un grafico qualitativo di f e di f^{-1} .

grafici: ...