

nome e cognome:

matricola:

---

**Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.**

**Esercizio 1. (Punti 4)** Un'urna contiene 4 palline bianche e 2 palline nere. Si effettuano due estrazioni con la seguente modalità: se alla prima estrazione esce una pallina bianca, la si rimette nell'urna prima di procedere alla seconda estrazione; se invece alla prima estrazione esce una pallina nera, si effettua direttamente la seconda estrazione senza rimettere la pallina nell'urna.

Rappresentando le estrazioni con un grafo ad albero, calcolare:

- la probabilità che le palline estratte siano tutte e due nere:

*risposta:*  $\frac{1}{15}$

- la probabilità che le palline estratte (in ordine qualunque) siano una nera e una bianca:

*risposta:*  $\frac{22}{45}$

---

**Esercizio 2. (Punti 7)** Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi al peso (espresso in Kg) di un campione di 200 individui appartenenti a una certa popolazione. Si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe.

peso $p$ in Kg	$f_i$
$40 \leq p < 50$	35
$50 \leq p < 60$	60
$60 \leq p < 70$	80
$70 \leq p < 80$	25
	200

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare il primo quartile. (Arrotondare i risultati alla seconda cifra decimale).

*media:* 59.75

*primo quartile:* 52.5

Calcolare la percentuale di individui su tutta la popolazione aventi peso minore di 50 Kg.

*percentuale:* 17.5%

---

**Esercizio 3. (Punti 4)** È data la retta di equazione  $Y = -3X + 2$ .

- Determinare la funzione che in coordinate semilogaritmiche corrisponde alla retta data.

*funzione:*  $y = \frac{100}{1000^x}$

- Determinare la funzione che in coordinate doppiamente logaritmiche corrisponde alla retta data.

*funzione:*  $y = \frac{100}{x^3}$

**Esercizio 4. (Punti 6)** È data la funzione  $f(x) = ae^{bx}$ , dove  $a, b \in \mathbb{R}$  sono due parametri.

- Determinare i valori di  $a$  e  $b$  in modo che il grafico di  $f$  passi per i punti di coordinate  $(0, 3)$  e  $(2, 3e^{-2})$ .

$$a = 3$$

$$b = -1$$

- Per i valori di  $a$  e  $b$  trovati, scrivere l'espressione analitica della funzione inversa di  $f$  e determinarne il campo di esistenza.

$$f^{-1}(y) = -\ln y + \ln 3$$

$$\text{campo di esistenza di } f^{-1}: y > 0$$

- Per i valori di  $a$  e  $b$  trovati, disegnare un grafico qualitativo di  $f$  e di  $f^{-1}$ .

*grafici: ...*

**Esercizio 5. (Punti 7)** Sono date le funzioni  $f(x) = \sqrt{2x+3}$  e  $g(x) = x - \ln x + 1$ .

- Determinare il campo di esistenza di  $f$  e di  $g$ .

$$\text{campo di esistenza di } f: x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\text{campo di esistenza di } g: x > 0$$

- Calcolare la derivata della funzione  $g$ .

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $g$  nel punto  $x = 1$ .

$$\text{equazione della retta: } y = 2$$

- Scrivere l'espressione analitica della funzione composta  $g \circ f$ .

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{2x+3} - \ln \sqrt{2x+3} + 1$$

- Determinare il campo di esistenza della funzione composta  $g \circ f$ .

$$\text{campo di esistenza di } g \circ f: x > -\frac{3}{2}$$

- Trovare i valori di  $x$  per cui si ha  $f(x) < 1$ .

$$\text{risposta: } -\frac{3}{2} \leq x < -1$$