

nome e cognome:

matricola:

**Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.**

**Esercizio 1. (Punti 7)** Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: la vita media di una certa popolazione di farfalle è di 10.95 giorni. A questo scopo si considera un campione casuale di 100 farfalle, il cui tempo di vita  $X$ , espresso in giorni, è riportato in tabella.

$X_i$ (giorni)	10	11	12
$f_i$ (frequenza assoluta)	20	50	30

- Calcolare la media e la deviazione standard **campionaria**.

*media:*  $\bar{X} = 11.1$  giorni

*deviazione standard campionaria:*  $s = 0.7$  giorni

- Dopo aver specificato di che tipo di test d'ipotesi si tratta (a una o a due code), determinare l'esito del test con livello di significatività del 5% e dell'1%, usando la tabella allegata.

*tipo di test:* a due code

*esito al 5%:* l'ipotesi va rifiutata

*esito all'1%:* l'ipotesi non va rifiutata

Scrivere i risultati approssimati alla seconda cifra decimale. Scrivere lo svolgimento dell'esercizio sul foglio di brutta, spiegando come si è arrivati alla conclusione sull'esito del test.

**Esercizio 2. (Punti 7)**

- Scrivere l'espressione esplicita di una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  discontinua in  $x = 0$  e in  $x = 2$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \geq 0, \\ 1 & \text{per } 0 < x < 2, \\ 0 & \text{per } x \geq 2. \end{cases}$$

- Scrivere l'espressione esplicita di una funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  che sia continua e tale che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$ .

$$g(x) = -1 - e^{-x}$$

- Disegnare un grafico qualitativo di  $f$  e di  $g$ .

*grafici:* ...

*Altre scelte di  $f$  e di  $g$  sono ovviamente possibili.*

---

**Esercizio 3. (Punti 5)** Una moneta viene lanciata tre volte di seguito. Considerare i seguenti eventi:

- $E_1 = \{\text{al primo lancio esce croce}\}$ ;
- $E_2 = \{\text{nei tre lanci escono tre testa}\}$ ;
- $E_3 = \{\text{nei tre lanci escono una croce e due testa, in un ordine qualunque}\}$ .

Calcolare le seguenti probabilità:

$$p(E_1) = \frac{1}{2} \qquad p(E_2) = \frac{1}{8} \qquad p(E_3) = \frac{3}{8}$$

Qual è l'evento complementare di  $E_2$  e quanto vale la sua probabilità?

$$E_2^c = \{\text{nei tre lanci esce almeno una croce}\} \qquad p(E_2^c) = \frac{7}{8}$$


---

**Esercizio 4. (Punti 4)** In una coltura batterica sono presenti inizialmente  $N_0$  batteri. Il loro numero raddoppia ogni 6 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

*risposta:*  $16 N_0$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 400% della quantità iniziale?

*risposta:* 12 ore

---

**Esercizio 5. (Punti 4)** Sono date le funzioni  $f(x) = 3 \ln(2x - 5)$  e  $g(x) = 1 - x$ .

- Determinare l'espressione della funzione composta  $(f \circ g)(x) = 3 \ln(-2x - 3)$
  - Determinare il campo di esistenza di  $f \circ g$ :  $(-\infty, -\frac{3}{2})$
  - Calcolare la derivata della funzione  $f$ :  $f'(x) = \frac{6}{2x-5}$
  - Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = 3$ :  $y = 6x - 18$
  - Trovare i valori di  $x$  per cui si ha che  $f(x) < 0$ :  $\frac{5}{2} < x < 3$
- 

*Area sotto la curva normale standardizzata*

valori di $u$	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007

---