

nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 7)

- Scrivere l'espressione esplicita di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ discontinua in $x = 0$ e in $x = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \geq 0, \\ 1 & \text{per } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{per } x \geq 1. \end{cases}$$

- Scrivere l'espressione esplicita di una funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia continua e tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$.

$$g(x) = 2 - e^{-x}$$

- Disegnare un grafico qualitativo di f e di g .

grafici: ...

Altre scelte di f e di g sono ovviamente possibili.

Esercizio 2. (Punti 7) Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: la vita media di una certa popolazione di conigli è di 5.3 anni. A questo scopo si considera un campione casuale di 100 conigli, il cui tempo di vita X , espresso in anni, è riportato in tabella.

X_i (anni)	4	5	6
f_i (frequenza assoluta)	20	50	30

- Calcolare la media e la deviazione standard **campionaria**.

media: $\bar{X} = 5.1$ anni

deviazione standard campionaria: $s = 0.7$ anni

- Dopo aver specificato di che tipo di test d'ipotesi si tratta (a una o a due code), determinare l'esito del test con livello di significatività del 5% e dell'1%, usando la tabella allegata.

tipo di test: a due code

esito al 5%: l'ipotesi va rifiutata

esito all'1%: l'ipotesi va rifiutata

Scrivere i risultati approssimati alla seconda cifra decimale. Scrivere lo svolgimento dell'esercizio sul foglio di brutta, spiegando come si è arrivati alla conclusione sull'esito del test.

Esercizio 3. (Punti 5) Sono date le funzioni $f(x) = 2 \ln(3x - 5)$ e $g(x) = 1 - x$.

- Determinare l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = 2 \ln(-3x - 2)$
- Determinare il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -\frac{2}{3})$
- Calcolare la derivata della funzione f : $f'(x) = \frac{6}{3x-5}$
- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$: $y = 6x - 12$
- Trovare i valori di x per cui si ha che $f(x) < 0$: $\frac{5}{3} < x < 2$

Esercizio 4. (Punti 4) In una coltura batterica sono presenti inizialmente N_0 batteri. Il loro numero raddoppia ogni 4 ore. Quanti batteri ci saranno nella coltura dopo 24 ore?

risposta: $64 N_0$

Dopo quanto tempo il numero di batteri nella coltura sarà pari al 400% della quantità iniziale?

risposta: 8 ore

Esercizio 5. (Punti 5) Una moneta viene lanciata tre volte di seguito. Considerare i seguenti eventi:

- $E_1 = \{\text{al primo lancio esce testa}\}$;
- $E_2 = \{\text{nei tre lanci escono una croce e due testa, in un ordine qualunque}\}$;
- $E_3 = \{\text{nei tre lanci esce almeno una croce}\}$.

Calcolare le seguenti probabilità:

$$p(E_1) = \frac{1}{2}$$

$$p(E_2) = \frac{3}{8}$$

$$p(E_3) = \frac{7}{8}$$

Qual è l'evento complementare di E_3 e quanto vale la sua probabilità?

$$E_3^c = \{\text{in tutti e tre i lanci esce testa}\}$$

$$p(E_3^c) = \frac{1}{8}$$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007
