

nome e cognome:

matricola:

---

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

**Esercizio 1. (Punti 5)** È data la funzione  $f(x) = -\ln|1 - x^2|$ .

- Determinare il campo di esistenza di  $f$ .

*campo di esistenza:*  $x \neq 1$  e  $x \neq -1$

- Studiare il comportamento di  $f$  agli estremi del suo dominio di esistenza.

*risposta:*  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$        $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

- Sia  $g(x) = -x + 2$ . Scrivere l'espressione di  $f \circ g$  e di  $g \circ f$ .

$(f \circ g)(x) = -\ln|-x^2 + 4x - 3|$

$(g \circ f)(x) = \ln|1 - x^2| + 2$

---

**Esercizio 2. (Punti 4)** Si vuole stimare l'altezza media degli individui adulti di una certa popolazione. Su un campione casuale composto da 900 individui adulti si osserva che l'altezza media è di 173 cm, con varianza campionaria di 1764 cm<sup>2</sup>. Calcolare la deviazione standard campionaria e scrivere gli intervalli di confidenza al 57% e all'83% per l'altezza media degli individui adulti della popolazione.

*deviazione standard campionaria* = 42 cm

*intervallo di confidenza al 57%:* [171.88, 174.12]

*intervallo di confidenza all'83%:* [171.04, 174.96]

---

**Esercizio 3. (Punti 6)** È data la funzione  $y = \frac{10^{3x-1}}{10^{-x+1}}$ .

- Determinare le coordinate logaritmiche (doppiamente o semi-logaritmiche) in cui tale funzione viene rappresentata da una retta.
- Scrivere il coefficiente angolare della retta corrispondente.
- Determinare poi la funzione che in tali coordinate logaritmiche corrisponde alla retta  $Y = -2X + 7$ .

*coordinate:* semi-log

*coefficiente angolare:* 4

*funzione:*  $y = 10^{-2x+7}$

**Esercizio 4. (Punti 5)** In una popolazione il 20% degli individui è costituito da fumatori abituali. Il tasso di incidenza di una certa malattia è del 15% fra i fumatori abituali e del 3% fra i non fumatori. Calcolare la prevalenza della malattia sull'intera popolazione.

$$\text{prevalenza} = 5.4\%$$

Usando la formula di Bayes, calcolare la probabilità che un individuo malato sia un fumatore abituale.

$$\text{probabilità di essere fumatore a condizione di essere malato} = 55.56\%$$

Scrivere i risultati arrotondati alla seconda cifra decimale.

**Esercizio 5. (Punti 8)** È data la seguente funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} |x - 1| & \text{se } x < 3, \\ -e^x + k & \text{se } x \geq 3. \end{cases}$$

- Per quale valore di  $k$  la funzione  $f$  è continua nel punto  $x = 3$ ?

$$k = 2 + e^3$$

- Per tale valore di  $k$  la funzione  $f$  è anche derivabile in  $x = 3$ ?

*risposta:* no

- Per il valore di  $k$  trovato, determinare i valori di massimo e minimo assoluti della funzione  $f$  nell'intervallo  $[0, 4]$ .

$$\text{minimo assoluto} = -e^4 + e^3 + 2$$

$$\text{massimo assoluto} = 2$$

- Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$$

Lasciare il numero  $e$  indicato, cioè non approssimarlo.

*Area sotto la curva normale standardizzata*

valori di $u$	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007