

nome e cognome:

matricola:

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 5) In una popolazione il 30% degli individui è costituito da fumatori abituali. Il tasso di incidenza di una certa malattia è del 10% fra i fumatori abituali e dell'1.5% fra i non fumatori. Calcolare la prevalenza della malattia sull'intera popolazione.

$$\text{prevalenza} = 4.05\%$$

Usando la formula di Bayes, calcolare la probabilità che un individuo malato sia un fumatore abituale.

$$\text{probabilità di essere fumatore a condizione di essere malato} = 74.07\%$$

Scrivere i risultati arrotondati alla seconda cifra decimale.

Esercizio 2. (Punti 6) È data la funzione $y = \frac{3x}{\sqrt{2x}}$.

- Determinare le coordinate logaritmiche (doppiamente o semi-logaritmiche) in cui tale funzione viene rappresentata da una retta.
- Scrivere il coefficiente angolare della retta corrispondente.
- Determinare poi la funzione che in tali coordinate logaritmiche corrisponde alla retta $Y = -2X + 7$.

coordinate: log-log

coefficiente angolare: $\frac{1}{2}$

funzione: $y = \frac{10^7}{x^2}$

Esercizio 3. (Punti 4) Si vuole stimare il peso medio degli individui adulti di una certa popolazione. Su un campione casuale composto da 625 individui adulti si osserva che il peso medio è di 74 Kg, con varianza campionaria di 36 Kg². Calcolare la deviazione standard campionaria e scrivere gli intervalli di confidenza al 68% e al 97% per il peso medio degli individui adulti della popolazione.

deviazione standard campionaria = 6 Kg

intervallo di confidenza al 68%: [73.76, 74.24]

intervallo di confidenza al 97%: [73.472, 74.528]

Esercizio 4. (Punti 8) È data la seguente funzione definita a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{se } x < 1, \\ e^x + k & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- Per quale valore di k la funzione f è continua nel punto $x = 1$?

$$k = 2 - e$$

- Per tale valore di k la funzione f è anche derivabile in $x = 1$?

risposta: no

- Per il valore di k trovato, determinare i valori di massimo e minimo assoluti della funzione f nell'intervallo $[-2, 2]$.

$$\text{minimo assoluto} = 0$$

$$\text{massimo assoluto} = e^2 - e + 2$$

- Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$$

Lasciare il numero e indicato, cioè non approssimarlo.

Esercizio 5. (Punti 5) È data la funzione $f(x) = \ln |x^2 - 1|$.

- Determinare il campo di esistenza di f .

campo di esistenza: $x \neq 1$ e $x \neq -1$

- Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di esistenza.

$$\text{risposta: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$$

- Sia $g(x) = x + 1$. Scrivere l'espressione di $f \circ g$ e di $g \circ f$.

$$(f \circ g)(x) = \ln |x^2 + 2x|$$

$$(g \circ f)(x) = \ln |x^2 - 1| + 1$$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007