Matematica con Elementi di Statistica – CTF – Pavia 9.7.2013

---

nome e cognome: matricola

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 6) È data la funzione $y = 100^{x+2}$.

- Determinare le coordinate logaritmiche (doppiamente o semi-logaritmiche) in cui tale funzione viene rappresentata con una retta.
- Scrivere il valore del coefficiente angolare della retta corrispondente.
- Scrivere il valore dell'ordinata del punto su tale retta avente ascissa $X = 0$.

coordinate: semilogaritmiche

coefficiente angolare: 2

valore in $X = 0$: 4

Esercizio 2. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-x^2+4x-1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f. Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

  campo di esistenza: $\mathbb{R}$

  comportamento agli estremi: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f, studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare il numero e indicato, cioè non approssimarlo con un numero razionale).

  derivata: $f'(x) = (-2x + 4)e^{-x^2+4x-1}$

  crescente in: $(-\infty, 2)$

  decrescente in: $(2, +\infty)$

  punti di minimo relativo: nessuno

  punti di massimo relativo: $x = 2$, $y = e^3$

Esercizio 3. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 20% e S_2 concentrata al 40%. Calcolare in quali percentuali si devono mescolare S_1 e S_2 per ottenere una soluzione concentrata al 36%.

percentuale S_1: 20% *percentuale S_2:* 80%

Esercizio 4. (Punti 6) Un test diagnostico, corrispondente a una malattia che ha prevalenza del 20%, ha specificità pari al 95%. Quale deve essere la sensibilità del test se si vuole che la probabilità di essere falsi negativi (i falsi negativi sono i soggetti malati per cui il test è risultato negativo) sia pari al 5%? Trovare il corrispondente valore predittivo positivo del test (scrivere i risultati sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

risposta 1: $\frac{3}{4}$

risposta 2: $\frac{15}{19}$

Esercizio 5. (Punti 5) Date le funzioni $f(x) = x^3 + 1$ e $g(x) = \ln(2x)$ calcolare:

- il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$:

  $m = 12$

- la funzione composta $f \circ g$:

  $f(g(x)) = \big[\ln(2x)\big]^3 + 1$

- il campo di esistenza di $f \circ g$:

  campo di esistenza: $(0, +\infty)$

- la derivata di $f \circ g$:

  $\frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = \frac{3\big[\ln(2x)\big]^2}{x}$

- l'area della regione piana $A = \{(x, y) :\ 0 \leq x \leq 1,\ -2 \leq y \leq f(x)\}$:

  Area di $A = \frac{13}{4}$