

nome e cognome:

matricola

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Esercizio 1. (Punti 4) Sono date due soluzioni dello stesso soluto e dello stesso solvente: S_1 concentrata al 20% e S_2 concentrata al 10%. Calcolare in quali percentuali si devono mescolare S_1 e S_2 per ottenere una soluzione concentrata al 18%.

percentuale S_1 : 80%

percentuale S_2 : 20%

Esercizio 2. (Punti 6) È data la funzione $y = \sqrt{4x-3}$.

- Determinare le coordinate logaritmiche (doppiamente o semi-logaritmiche) in cui tale funzione viene rappresentata con una retta.
- Scrivere il valore del coefficiente angolare della retta corrispondente.
- Scrivere il valore dell'ordinata del punto su tale retta avente ascissa $X = 0$.

coordinate: doppiamente logaritmiche

coefficiente angolare: $-\frac{3}{2}$

valore in $X = 0$: $\log_{10} 2$

Esercizio 3. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{x^2-3x-1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: \mathbb{R}

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare il numero e indicato, cioè non approssimarlo con un numero razionale).

derivata: $f'(x) = (2x - 3)e^{x^2-3x-1}$

crescente in: $(\frac{3}{2}, +\infty)$

decrescente in: $(-\infty, \frac{3}{2})$

punti di minimo relativo: $x = \frac{3}{2}, y = e^{-\frac{5}{4}}$

punti di massimo relativo: nessuno

Esercizio 4. (Punti 5) Date le funzioni $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \ln x$ calcolare:

- il coefficiente angolare m della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 2$:

$$m = 4$$

- la funzione composta $f \circ g$:

$$f(g(x)) = (\ln x)^2 - 1$$

- il campo di esistenza di $f \circ g$:

$$\text{campo di esistenza: } (0, +\infty)$$

- la derivata di $f \circ g$:

$$\frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = \frac{2 \ln x}{x}$$

- l'area della regione piana $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq f(x)\}$:

$$\text{Area di } A = \frac{4}{3}$$

Esercizio 5. (Punti 6) Un test diagnostico, corrispondente a una malattia che ha prevalenza del 10%, ha specificità pari al 95%. Quale deve essere la sensibilità del test se si vuole che la probabilità di essere falsi negativi (i falsi negativi sono i soggetti malati per cui il test è risultato negativo) sia pari al 9%? Trovare il corrispondente valore predittivo positivo del test (scrivere i risultati sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

risposta 1: $\frac{1}{10}$

risposta 2: $\frac{2}{11}$
