nome e cognome: matricola

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli apposti spazi.

Esercizio 1. (Punti 7) Si considerino le funzioni $f(x) = \ln(3x + 2)$ e $g(x) = x^2 - 3$. Determinare

- il campo di esistenza di $f: \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$
- la derivata di f: $f'(x) = \frac{3}{3x+2}$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa x=2: $y=\frac{3}{8}(x-2)+\ln 8$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(3x^2 7)$
- il campo di esistenza di $f\circ g\colon (-\infty,-\sqrt{\frac{7}{3}})\cup (\sqrt{\frac{7}{3}},+\infty)$
- l'equazione della retta secante il grafico di g nei punti di ascissa x=0 e x=1: y=x-3
- il più grande intervallo su cui la funzione g è decrescente: $(-\infty, 0]$

Esercizio 2. (Punti 6) Nella seguente tabella sono riportati, raggruppati in classi, i dati relativi all'altezza (espressa in cm) di una popolazione di 100 individui:

$$\begin{array}{ccc} altezza & f_i \\ 150 - 160 & 10 \\ 160 - 170 & 30 \\ 170 - 180 & 45 \\ 180 - 190 & 15 \\ 100 \end{array}$$

Supponendo che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe, calcolare l'altezza media in cm, arrotondata alla prima cifra decimale. Usando l'ogiva delle frequenze, calcolare il primo quartile delle altezze in cm, arrotondato alla prima cifra decimale.

$$media = 171.5$$
 cm $primo quartile = 165$ cm

Esercizio 3. (Punti 4) È data una soluzione del peso complessivo di 20 Kg concentrata al 15%.

- Quanto soluto occorre aggiungere per ottenere una nuova soluzione concentrata al 20%? Quantità di soluto = $1.25\,\mathrm{Kg}$
- Quanto solvente occorre aggiungere per ottenere una nuova soluzione concentrata al 10%?

Quantità di solvente = 10 Kg

Esprimere le quantità in Kg, arrotondate alla seconda cifra decimale.

Esercizio 4. (Punti 4) Assegnata, in scala semi-logaritmica, la retta di equazione Y =1-2X, determinare il legame funzionale tra $x \in y$.

$$y = f(x) = 10 \cdot \frac{1}{100^x}$$

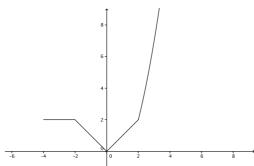
Assegnata, in scala doppiamente logaritmica, la stessa retta di equazione Y = 1 - 2X, determinare il legame funzionale tra $x \in y$.

$$y = f(x) = 10x^{-2}$$

Esercizio 5. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f_k(x) = \begin{cases} 2 & \text{per } -4 \le x < -2, \\ |x| & \text{per } -2 \le x \le 2, \\ x^2 + k & \text{per } 2 \le x \le 4. \end{cases}$$

- Dire per quale valore di k la funzione è continua in [-4,4]. k = -2
- Per tale valore di k disegnare il grafico di f_k . grafico:



 \bullet Sempre per il valore di k che rende continua la funzione, determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f_k in [-4,4].

punti di massimo assoluto: (4, 14)

punti di minimo assoluto: (0,0)