Matematica con Elementi di Statistica - CTF - Pavia 28.6.2013

nome e cognome: matricola

Esercizio 1. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(4 - 2x^2).$$

- Determinare il campo di esistenza di f e calcolarne la derivata.

  campo di esistenza: $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

  derivata: $f'(x) = \dfrac{-2x}{2 - x^2}$

- Studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

  crescente in: $(-\sqrt{2}, 0)$

  decrescente in: $(0, \sqrt{2})$

  punti di minimo relativo: nessuno

  punti di massimo relativo: $x = 0$, $y = \ln 4$

- Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = -1$.

  equazione della retta: $y = 2(x + 1) + \ln 2$

Esercizio 2. (Punti 4) Si dispone di una soluzione $\mathcal{S}_1$ concentrata al 15% e di una soluzione $\mathcal{S}_2$ (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 30%. Determinare la concentrazione di una soluzione $\mathcal{S}_3$ composta dal 20% di $\mathcal{S}_1$ e dall'80% di $\mathcal{S}_2$.

concentrazione della soluzione $\mathcal{S}_3 = 27\%$

Esercizio 3. (Punti 6) Un'indagine compiuta sul peso di $n = 400$ bambini iscritti alla quinta elementare ha prodotto i seguenti risultati raggruppati in 5 *classi*, dove sulla prima colonna è riportato l'intervallo di peso in Kg e sulla seconda il numero di bambini che ha peso in quell'intervallo.

classe	f_i
$26 - 28$	20
$28 - 30$	80
$30 - 32$	150
$32 - 34$	100
$34 - 36$	50
	400

Supponiamo che i dati siano uniformemente distribuiti all'interno delle classi.

- Calcolare la media dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale.
- Calcolare la mediana dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale, usando l'ogiva delle frequenze.

media $= 31.4\,\mathrm{Kg}$ *mediana* $= 31.3\,\mathrm{Kg}$

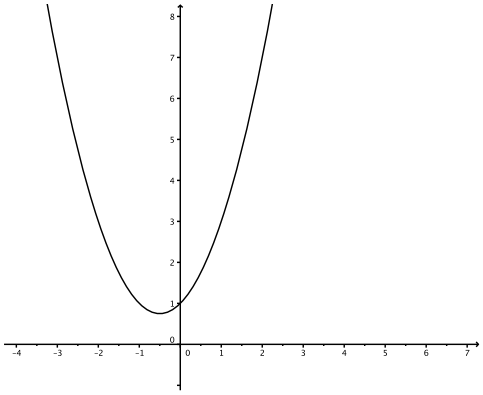
Esercizio 4. (Punti 4) Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 7$ e deviazione standard $\sigma = 3$, determinare:

- la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[4.6\,,\,9.4]$: 42.38%
- la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[3.4\,,\,10.6]$: 76.98%
- la percentuale di dati maggiori di 13: 2.28%

Esercizio 5. (Punti 7) Sono date le due funzioni $f_1(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ e $f_2(x) = e^{x-1}$.

- Calcolare la funzione composta $f_2(f_1(x)) = \dfrac{1}{e}(x^2 + x + 1)$
- Dopo aver svolto i conti osservare che si tratta di una funzione polinomiale di secondo grado e disegnarne il grafico.

  grafico:



- Mostrare che la funzione f_2 è invertibile se la si considera come funzione da $\mathbb{R}$ a valori in $(0, +\infty)$ e scrivere una forma esplicita della funzione inversa.

  f_2 *è invertibile perché:* è strettamente monotona (quindi iniettiva) e suriettiva

  funzione inversa $x = f_2^{-1}(y) = \ln y + 1$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	0,5
0,2	0,1586	0,8414	0,4207
0,4	0,3108	0,6892	0,3446
0,6	0,4514	0,5486	0,2743
0,8	0,5762	0,4238	0,2119
1	0,6826	0,3174	0,1587
1,2	0,7698	0,2302	0,1151
1,4	0,8384	0,1616	0,0808
1,6	0,8904	0,1096	0,0548
1,8	0,9282	0,0718	0,0359
2	0,9544	0,0456	0,0228
2,2	0,9722	0,0278	0,0139
2,4	0,9836	0,0164	0,0082
2,6	0,9906	0,0094	0,0047
2,8	0,9950	0,0050	0,0025
3	0,9974	0,0026	0,0013
3,2	0,9986	0,0014	0,0007