Matematica con Elementi di Statistica - CTF - Pavia 28.6.2013

---

nome e cognome: matricola

Esercizio 1. (Punti 7) Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(3 - x^2).$$

- Determinare il campo di esistenza di f e calcolarne la derivata.

  campo di esistenza: $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

  derivata: $f'(x) = \dfrac{-2x}{3 - x^2}$

- Studiare la monotonia di f e determinare ascissa e ordinata degli eventuali punti di massimo e minimo relativo di f (lasciare i logaritmi indicati, cioè non calcolarli).

  crescente in: $(-\sqrt{3}, 0)$

  decrescente in: $(0, \sqrt{3})$

  punti di minimo relativo: nessuno

  punti di massimo relativo: $x = 0$, $y = \ln 3$

- Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 1$.

  equazione della retta: $y = -(x - 1) + \ln 2$

Esercizio 2. (Punti 4) Si dispone di una soluzione $\mathcal{S}_1$ concentrata al 20% e di una soluzione $\mathcal{S}_2$ (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 10%. Determinare la concentrazione di una soluzione $\mathcal{S}_3$ composta dal 30% di $\mathcal{S}_1$ e dal 70% di $\mathcal{S}_2$.

concentrazione della soluzione $\mathcal{S}_3 = 13\%$

Esercizio 3. (Punti 6) Un'indagine compiuta sul peso di $n = 500$ bambini iscritti alla prima elementare ha prodotto i seguenti risultati raggruppati in 5 *classi*, dove sulla prima colonna è riportato l'intervallo di peso in Kg e sulla seconda il numero di bambini che ha peso in quell'intervallo.

classe	f_i
$18 - 20$	20
$20 - 22$	80
$22 - 24$	200
$24 - 26$	150
$26 - 28$	50
	500

Supponiamo che i dati siano uniformemente distribuiti all'interno delle classi.

- Calcolare la media dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale.
- Calcolare la mediana dei pesi in Kg arrotondata alla prima cifra decimale, usando l'ogiva delle frequenze.

media $= 23.5\,\text{Kg}$ *mediana* $= 23.5\,\text{Kg}$

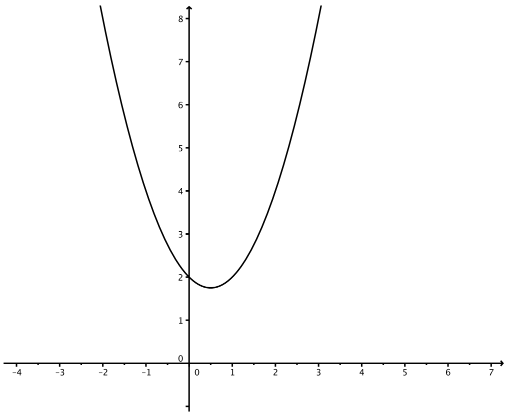
Esercizio 4. (Punti 4) Sapendo che una certa famiglia di dati segue una distribuzione gaussiana di media $\mu = 5$ e deviazione standard $\sigma = 2$, determinare:

- la percentuale di dati che cadono fuori dall'intervallo $[4.2\,,\,5.8]$: 68.92%
- la percentuale di dati che cadono nell'intervallo $[1.4\,,\,8.6]$: 92.82%
- la percentuale di dati maggiori di 7: 15.87%

Esercizio 5. (Punti 7) Sono date le due funzioni $f_1(x) = \ln(x^2 - x + 2)$ e $f_2(x) = e^{x+2}$.

- Calcolare la funzione composta $f_2(f_1(x)) = e^2(x^2 - x + 2)$
- Dopo aver svolto i conti osservare che si tratta di una funzione polinomiale di secondo grado e disegnarne il grafico.

  grafico:



- Mostrare che la funzione f_2 è invertibile se la si considera come funzione da $\mathbb{R}$ a valori in $(0, +\infty)$ e scrivere una forma esplicita della funzione inversa.

  f_2 è invertibile perché: è strettamente monotona (quindi iniettiva) e suriettiva
  funzione inversa $x = f_2^{-1}(y) = \ln y - 2$

Area sotto la curva normale standardizzata

valori di u	Nell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Fuori dell'intervallo $[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$	Nell'intervallo $[\mu + u\sigma, +\infty)$
0	0	1	$0,5$
$0,2$	$0,1586$	$0,8414$	$0,4207$
$0,4$	$0,3108$	$0,6892$	$0,3446$
$0,6$	$0,4514$	$0,5486$	$0,2743$
$0,8$	$0,5762$	$0,4238$	$0,2119$
1	$0,6826$	$0,3174$	$0,1587$
$1,2$	$0,7698$	$0,2302$	$0,1151$
$1,4$	$0,8384$	$0,1616$	$0,0808$
$1,6$	$0,8904$	$0,1096$	$0,0548$
$1,8$	$0,9282$	$0,0718$	$0,0359$
2	$0,9544$	$0,0456$	$0,0228$
$2,2$	$0,9722$	$0,0278$	$0,0139$
$2,4$	$0,9836$	$0,0164$	$0,0082$
$2,6$	$0,9906$	$0,0094$	$0,0047$
$2,8$	$0,9950$	$0,0050$	$0,0025$
3	$0,9974$	$0,0026$	$0,0013$
$3,2$	$0,9986$	$0,0014$	$0,0007$