

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 5) Due dadi A e B vengono lanciati contemporaneamente. Calcolare le seguenti probabilità:

- probabilità p_1 che la somma dei numeri che compaiono sulla faccia superiore sia 9;

$$p_1 = \frac{1}{9}$$

- probabilità p_2 che la differenza tra il numero che compare sulla faccia superiore di A e quello che compare sulla faccia superiore di B sia 5;

$$p_2 = \frac{1}{36}$$

- probabilità p_3 che il massimo numero che compare sulle facce superiori sia 3.

$$p_3 = \frac{5}{36}$$

Esercizio 2. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 2}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f .

derivata: $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2x + 4}{(x^2 + 2)^2}$

crescente in: $(-1, 2)$

decrescente in: $(-\infty, -1)$ e in $(2, +\infty)$

punti stazionari: $x = -1$, $x = 2$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-4, 0]$ (lasciare le frazioni indicate, cioè non approssimarle con numeri razionali).

risposta: punti di massimo $(-4, -\frac{1}{2})$ e $(0, -\frac{1}{2})$, punto di minimo $(-1, -1)$

Esercizio 3. (Punti 3) Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.

Il tecnezio-99 è caratterizzato da un tempo di dimezzamento di 6 ore. Dopo quanto tempo la quantità di tecnezio-99 risulta $\frac{1}{30}$ di quella iniziale?

$$\text{tempo in ore} = 6 \cdot \log_2 30$$

Esercizio 4. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(x+2)$ e $g(x) = x^3 - 4x - 2$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(x^3 - 4x)$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = [\ln(x+2)]^3 - 4\ln(x+2) - 2$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $(-2, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 1$: $y = \frac{1}{3}(x-1) + \ln 3$
- la primitiva di g passante per il punto P di coordinate $(1, \frac{1}{4})$: $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 2x + 4$

Esercizio 5. (Punti 6) La durata media in minuti del tempo necessario agli operai di una fabbrica per raggiungere la mattina il posto di lavoro è stata calcolata e riportata nella seguente tabella (si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe):

<i>classe</i>	<i>f_i</i>
10 – 20	5
20 – 30	10
30 – 40	30
40 – 50	55
	100

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana (scrivere i risultati approssimati per difetto alla prima cifra decimale).

media: 38,5

mediana: 40,9
