

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 3) *Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.*

Il trizio è caratterizzato da un tempo di dimezzamento di 12 anni e 3 mesi. Dopo quanto tempo la quantità di trizio risulta $\frac{1}{10}$ di quella iniziale?

$$\text{tempo in mesi} = 147 \log_2 10$$

Esercizio 2. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(1-x)$ e $g(x) = x^3 - x + 1$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(-x^3 + x)$
 - il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 - l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = [\ln(1-x)]^3 - \ln(1-x) + 1$
 - il campo di esistenza di $g \circ f$: $(-\infty, 1)$
 - l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = -1$: $y = -\frac{1}{2}(x+1) + \ln 2$
 - la primitiva di g passante per il punto P di coordinate $(2, 5)$: $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$
-

Esercizio 3. (Punti 6) La durata media in ore di studio giornaliera degli studenti di CTF è stata calcolata e riportata nella seguente tabella (si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe):

<i>classe</i>	<i>f_i</i>
0 – 1	10
1 – 2	10
2 – 3	20
3 – 4	40
4 – 5	20
	100

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana (scrivere i risultati approssimati per difetto alla seconda cifra decimale).

media: 3

mediana: 3,25

Esercizio 4. (Punti 5) Due dadi A e B vengono lanciati contemporaneamente. Calcolare le seguenti probabilità:

- probabilità p_1 che la somma dei numeri che compaiono sulla faccia superiore sia 3;

$$p_1 = \frac{1}{18}$$

- probabilità p_2 che la differenza tra il numero che compare sulla faccia superiore di A e quello che compare sulla faccia superiore di B sia 4;

$$p_2 = \frac{1}{18}$$

- probabilità p_3 che i numeri che compaiono sulla faccia superiore dei due dadi siano entrambi strettamente minori di 4.

$$p_3 = \frac{1}{4}$$

Esercizio 5. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + 1}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f .

derivata: $f'(x) = \frac{-8x^2 - 4x + 4}{(2x^2 + 1)^2}$

crescente in: $(-1, \frac{1}{2})$

decrescente in: $(-\infty, -1)$ e in $(\frac{1}{2}, +\infty)$

punti stazionari: $x = -1$, $x = \frac{1}{2}$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 2]$ (lasciare le frazioni indicate, cioè non approssimarle con numeri razionali).

risposta: punto di massimo $(\frac{1}{2}, 2)$, punti di minimo $(0, 1)$ e $(2, 1)$
