

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 6) La durata media in ore del tempo necessario a preparare l'esame di matematica è stata calcolata e riportata nella seguente tabella (si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe):

<i>classe</i>	<i>f_i</i>
10 – 20	10
20 – 30	20
30 – 40	30
40 – 50	40
	100

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana (scrivere i risultati approssimati per difetto alla prima cifra decimale).

media: 35

mediana: 36,6

Esercizio 2. (Punti 3) *Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.*

Il cobalto-60 è caratterizzato da un tempo di dimezzamento di 5,3 anni. Dopo quanto tempo la quantità di cobalto-60 risulta $\frac{1}{20}$ di quella iniziale?

$$\text{tempo in anni} = 5,3 \cdot (1 + \log_2 10)$$

Esercizio 3. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(x+1)$ e $g(x) = x^3 - x - 1$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(x^3 - x)$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
- l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = [\ln(x+1)]^3 - \ln(x+1) - 1$
- il campo di esistenza di $g \circ f$: $(-1, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 1$: $y = \frac{1}{2}(x-1) + \ln 2$
- la primitiva di g passante per il punto P di coordinate $(1, \frac{3}{4})$: $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

Esercizio 4. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + 2}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f .

derivata: $f'(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{(x^2 + 2)^2}$

crescente in: $(-2, 1)$

decrecente in: $(-\infty, -2)$ e in $(1, +\infty)$

punti stazionari: $x = -2, x = 1$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0, 4]$ (lasciare le frazioni indicate, cioè non approssimarle con numeri razionali).

risposta: punto di massimo $(1, 1)$, punti di minimo $(0, \frac{1}{2})$ e $(4, \frac{1}{2})$

Esercizio 5. (Punti 5) Due dadi A e B vengono lanciati contemporaneamente. Calcolare le seguenti probabilità:

- probabilità p_1 che il prodotto dei numeri che compaiono sulla faccia superiore sia 6;

$$p_1 = \frac{1}{9}$$

- probabilità p_2 che il quoziente tra il numero che compare sulla faccia superiore di A e quello che compare sulla faccia superiore di B sia 2;

$$p_2 = \frac{1}{12}$$

- probabilità p_3 che i numeri che compaiono sulla faccia superiore dei due dadi siano diversi.

$$p_3 = \frac{5}{6}$$
