

nome e cognome:

matricola

Esercizio 1. (Punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2 - 2x}{x^2 + 3}.$$

- Determinare il campo di esistenza di f . Studiare il comportamento di f agli estremi del suo dominio di definizione.

campo di esistenza: $\mathbb{R}$

comportamento agli estremi: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

- Dopo aver calcolato la derivata di f , studiare la monotonia di f .

derivata: $f'(x) = \frac{2x^2 - 4x - 6}{(x^2 + 3)^2}$

crescente in: $(-\infty, -1)$ e in $(3, +\infty)$

decescente in: $(-1, 3)$

punti stazionari: $x = -1, x = 3$

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-3, 0]$ (lasciare le frazioni indicate, cioè non approssimarle con numeri razionali).

risposta: punto di massimo $(-1, 1)$, punti di minimo $(-3, \frac{2}{3})$ e $(0, \frac{2}{3})$

Esercizio 2. (Punti 6) Il tempo medio in minuti necessario a risolvere un quesito di matematica per il test di ingresso degli studenti di CTF è stata calcolato e riportato nella seguente tabella (si suppone che i dati siano distribuiti uniformemente all'interno di ciascuna classe):

<i>classe</i>	<i>f_i</i>
50 – 60	20
60 – 70	5
70 – 80	30
80 – 90	45
	100

Calcolare la media. Usando l'istogramma delle frequenze o l'ogiva di frequenza, calcolare la mediana (scrivere i risultati approssimati per difetto alla prima cifra decimale).

media: 75

mediana: 78,3

Esercizio 3. (Punti 3) Lasciare i logaritmi indicati specificandone la base.

Lo iodio-131 è caratterizzato da un tempo di dimezzamento di 8 giorni. Dopo quanto tempo la quantità di iodio-131 risulta $\frac{1}{100}$ di quella iniziale?

tempo in giorni $= 8 \cdot \log_2 100$

Esercizio 4. (Punti 5) Due dadi A e B vengono lanciati contemporaneamente. Calcolare le seguenti probabilità:

- probabilità p_1 che la somma dei numeri che compaiono sulla faccia superiore sia 5;

$$p_1 = \frac{1}{9}$$

- probabilità p_2 che la differenza tra il numero che compare sulla faccia superiore di A e quello che compare sulla faccia superiore di B sia 3;

$$p_2 = \frac{1}{12}$$

- probabilità p_3 che i numeri che compaiono sulla faccia superiore dei due dadi siano uguali.

$$p_3 = \frac{1}{6}$$

Esercizio 5. (Punti 6) Date le funzioni $f(x) = \ln(2-x)$ e $g(x) = x^3 - 4x + 2$, determinare

- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(-x^3 + 4x)$
 - il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 - l'espressione della funzione composta $(g \circ f)(x) = [\ln(2-x)]^3 - 4\ln(2-x) + 2$
 - il campo di esistenza di $g \circ f$: $(-\infty, 2)$
 - l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = -1$: $y = -\frac{1}{3}(x+1) + \ln 3$
 - la primitiva di g passante per il punto P di coordinate $(2, 3)$: $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2x + 3$
-