Matematica con Elementi di Statistica - CTF - Pavia 26.9.2013

nome e cognome: matricola

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli apposti spazi.

Esercizio 1. (Punti 4) È data una soluzione S_1 del peso complessivo di 100 Kg concentrata al 30%.

- Quanto soluto occorre aggiungere a S_1 per ottenere una nuova soluzione concentrata al 50%?

  risposta: 40 Kg

- Quanto solvente occorre aggiungere a S_1 per ottenere una nuova soluzione concentrata al 20%?

  risposta: 50 Kg

Esprimere le quantità da aggiungere in Kg, arrotondate alla prima cifra decimale.

Esercizio 2. (Punti 6) Si considerino le funzioni $f(x) = \ln(x+1)$ e $g(x) = x^2 - 2$. Determinare

- il campo di esistenza di f: $(-1, +\infty)$
- l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 2$: $y = \frac{1}{3}(x-2) + \ln 3$
- l'espressione della funzione composta $(f \circ g)(x) = \ln(x^2 - 1)$
- il campo di esistenza di $f \circ g$: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- la derivata di $f \circ g$: $(f \circ g)'(x) = \frac{2x}{x^2-1}$
- la primitiva di g passante per il punto P di coordinate $(3, 2)$: $G(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x - 1$

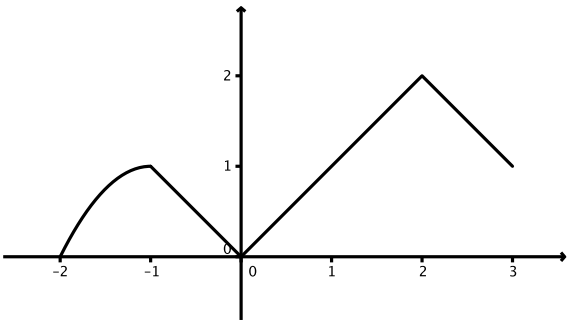
Esercizio 3. (Punti 5) Un test diagnostico con sensibilità del 70% e specificità dell'80% viene messo a punto per diagnosticare una certa malattia. Quale è la prevalenza di tale malattia se il valore predittivo positivo è $\frac{7}{205}$? Si ricorda che il valore predittivo positivo è la probabilità di essere ammalati se si ha il test positivo (scrivere il risultato sotto forma di frazione con numeratore e denominatore interi).

prevalenza: $\dfrac{1}{100}$

Esercizio 4. (Punti 6) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -2x - x^2 & \text{per } -2 \leq x < -1, \\ |x| & \text{per } -1 \leq x < 2, \\ 4 - x & \text{per } 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

- Disegnare il grafico di f.
  grafico:



- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo **assoluti** di f in $[-2, 3]$.
  punti di massimo assoluto: $(2, 2)$
  punti di minimo assoluto: $(-2, 0)$ e $(0, 0)$

Esercizio 5. (Punti 7) In tabella sono riportati i dati, relativi al peso in grammi X di una popolazione di insetti, misurati su un campione di 500 insetti.

X_i (grammi)	10	12	15
f_i (frequenza assoluta)	100	250	150

- Calcolare la media e la varianza.
  media: $\bar{X} = 12.5\,\text{g}$ *varianza:* $s^2 = 3.25\,\text{g}^2$
- Come cambiano media e varianza misurando il peso in decagrammi?
  media: $\bar{X} = \frac{12.5}{10} = 1.25\,\text{dag}$ *varianza:* $s^2 = \frac{3.25}{100} = 0.0325\,\text{dag}^2$

Svolgere i calcoli e scrivere il risultato finale con almeno due cifre decimali.