

nome e cognome:

matricola

---

**Scrivere le risposte di ciascun quesito negli apposti spazi.**

**Esercizio 1. (Punti 7)** Abbiamo un mazzo di 40 carte (composto da carte di 4 semi: cuori, picche, quadri e fiori).

1. Quale è la probabilità che, estraendo a caso una carta, questa sia di picche?
2. Quale è la probabilità che, estraendo a caso tre carte e senza sapere quali sono la prima e la seconda, la terza sia di picche?
3. Quale è la probabilità che, estraendo a caso due carte, queste siano entrambe picche?
4. Quale è la probabilità che, estraendo a caso due carte, dopo aver osservato che la prima è di picche, anche la seconda sia di picche?

Probabilità 1:  $\frac{1}{4}$

Probabilità 2:  $\frac{1}{4}$

Probabilità 3:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$

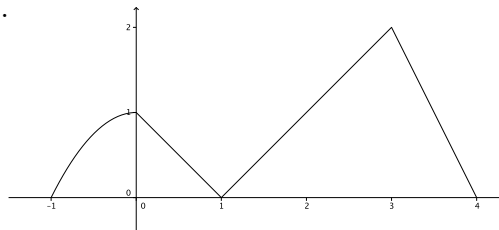
Probabilità 4:  $\frac{3}{13}$

---

**Esercizio 2. (Punti 7)** Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{per } -1 \leq x < 0, \\ |x - 1| & \text{per } 0 \leq x \leq 3, \\ -2x + 8 & \text{per } 3 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

- Disegnare il grafico di  $f$ .  
grafico:



- Nell'intervallo  $[0, 3]$  la funzione è convessa?

risposta: sì

- Determinare ascissa e ordinata dei punti di massimo e minimo relativi e assoluti di  $f$  in  $[-1, 4]$ .

punti di massimo assoluto:  $(3, 2)$

punti di minimo assoluto:  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(4, 0)$

punti di massimo relativo:  $(0, 1)$  e  $(3, 2)$

punti di minimo relativo:  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(4, 0)$

---

---

**Esercizio 3. (Punti 4)** È data la funzione  $f(x) = \sqrt{3-x}$ .

- Determinare il campo di esistenza della funzione.

*campo di esistenza:*  $(-\infty, 3]$

- Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa  $x = 2$ .

*equazione della retta:*  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- Trovare l'espressione della funzione composta  $g(x) = f((x-1)^2)$ .

*funzione composta:*  $g(x) = f((x-1)^2) = \sqrt{-x^2 + 2x + 2}$

- Calcolare la derivata di  $g$ .

*derivata di  $g$ :*  $g'(x) = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x+2}}$

---

**Esercizio 4. (Punti 6)** Si dispone di una soluzione  $S_1$  concentrata al 15% e di una soluzione  $S_2$  (dello stesso soluto nello stesso solvente) concentrata al 30%. Trovare la concentrazione di una soluzione  $S_3$  composta dal 20% di  $S_1$  e dall'80% di  $S_2$ . Determinare il peso iniziale di  $S_1$  in grammi sapendo che, se aggiungo 25 g di soluto, la concentrazione diventa del 40%.

*concentrazione di  $S_3$ :* 27%

*peso di  $S_1$ :* 60 g

---

**Esercizio 5. (Punti 4)** Si vuole stimare il valore medio  $\mu$  del carattere di una popolazione. Su un campione di  $n = 4900$  individui risulta una media  $\bar{x} = 50$  e una deviazione standard campionaria  $s = 105$ . Trovare gli intervalli di confidenza al 95% e all'89% per la media  $\mu$ , usando la tabella allegata (svolgere i calcoli e scrivere il risultato finale arrotondato alla seconda cifra decimale).

*intervallo di confidenza al 95%:*  $[47, 53]$

*intervallo di confidenza all'89%:*  $[47.6, 52.4]$

---

*Area sotto la curva normale standardizzata*

| valori<br>di $u$ | Nell'intervallo<br>$[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Fuori dell'intervallo<br>$[\mu - u\sigma, \mu + u\sigma]$ | Nell'intervallo<br>$[\mu + u\sigma, +\infty)$ |
|------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 0                | 0                                                   | 1                                                         | 0,5                                           |
| 0,2              | 0,1586                                              | 0,8414                                                    | 0,4207                                        |
| 0,4              | 0,3108                                              | 0,6892                                                    | 0,3446                                        |
| 0,6              | 0,4514                                              | 0,5486                                                    | 0,2743                                        |
| 0,8              | 0,5762                                              | 0,4238                                                    | 0,2119                                        |
| 1                | 0,6826                                              | 0,3174                                                    | 0,1587                                        |
| 1,2              | 0,7698                                              | 0,2302                                                    | 0,1151                                        |
| 1,4              | 0,8384                                              | 0,1616                                                    | 0,0808                                        |
| 1,6              | 0,8904                                              | 0,1096                                                    | 0,0548                                        |
| 1,8              | 0,9282                                              | 0,0718                                                    | 0,0359                                        |
| 2                | 0,9544                                              | 0,0456                                                    | 0,0228                                        |
| 2,2              | 0,9722                                              | 0,0278                                                    | 0,0139                                        |
| 2,4              | 0,9836                                              | 0,0164                                                    | 0,0082                                        |
| 2,6              | 0,9906                                              | 0,0094                                                    | 0,0047                                        |
| 2,8              | 0,9950                                              | 0,0050                                                    | 0,0025                                        |
| 3                | 0,9974                                              | 0,0026                                                    | 0,0013                                        |
| 3,2              | 0,9986                                              | 0,0014                                                    | 0,0007                                        |

---